

---

# Drehimpulsprofile von Dunkle Materie Halos

Torben Simm

---



München 2012



# **Drehimpulsprofile von Dunkle Materie Halos**

**Bachelor-Arbeit**

an der

**Ludwig–Maximilians–Universität München**

eingereicht von

**Torben Simm**

(Matr. Nr.: 10088224)

geboren am 12.07.1988 in Buchloe

betreut von

Prof. Dr. Andreas Burkert

und

Prof. Dr. Klaus Dolag

München, den 1. August 2012

Evaluator: Prof. Dr. Andreas Burkert

Tag der mündlichen Prüfung: 21. September 2012

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2. Physikalische Grundlagen</b>	<b>4</b>
2.1. Relaxation und Virialgleichgewicht . . . . .	4
2.2. Das NFW-Profil . . . . .	6
2.3. Hernquist-Modell . . . . .	8
2.4. Drehimpuls im Halo-Gas-System . . . . .	10
2.5. Die verwendeten Simulationen . . . . .	13
<b>3. Drehimpulsprofile von Dunklen Halos</b>	<b>15</b>
3.1. Massenverteilung des Drehimpulses . . . . .	15
3.1.1. Drehimpulsprofil der Mikrostruktur . . . . .	15
3.1.2. Vergleich mit verschiedenen Simulationen . . . . .	21
3.1.3. Gemittelte Massenverteilung . . . . .	22
3.2. Drehimpulshistogramme . . . . .	26
3.2.1. Abhängigkeit von der Mittelungszahl . . . . .	26
3.2.2. Momente der Drehimpulsverteilung . . . . .	28
3.2.3. Variation der Referenzachse . . . . .	30
<b>4. Räumliche Verteilung des Drehimpulses</b>	<b>34</b>
4.1. Die dreidimensionale Verteilung des Drehimpulses . . . . .	34
4.2. Drehimpulsprofile in Kugelschalen . . . . .	36
4.3. Vergleich mit galaktischen Scheiben . . . . .	40
<b>5. Zusammenfassung</b>	<b>44</b>
<b>Danksagung</b>	<b>47</b>
<b>A. Anhang zu Kapitel 3</b>	<b>49</b>
<b>B. Anhang zu Kapitel 4</b>	<b>56</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>58</b>
<b>Selbstständigkeitserklärung</b>	<b>63</b>



# 1. Einleitung

Als der Schweizer Astrophysiker Fritz Zwicky im Jahre 1933 die Geschwindigkeiten der Mitglieder des etwa  $100 h^{-1} \text{ Mpc}$  entfernten Coma-Galaxienhaufens analysierte, machte er eine Entdeckung, die heute als der Beginn des „missing mass“ Problems gilt (Carter et al., 2008; Schneider, 2006). Seinen Ergebnissen zufolge musste 400 mal mehr Masse in dem Haufen enthalten sein, als allein durch die sichtbare Materie impliziert wurde, denn die Galaxien zeigten eine Geschwindigkeitsdispersion, welche die berechnete Fluchtgeschwindigkeit um ein Vielfaches übertraf. Um diese eklatante Massendifferenz zu erklären, postulierte Zwicky die Existenz Dunkler Materie, welche Galaxienhaufen durch ihre gravitative Wirkung zusammenhalten sollte (Zwicky, 1933; Hetznecker, 2007).

In den 1970er Jahren begann sich diese Vermutung durch die Vermessung der Rotationskurven zahlreicher Spiralgalaxien zu bestätigen (Primack, 2009). Nimmt man an, dass sich Gas und Sterne annähernd auf einer Kreisbahn um das Massenzentrum der jeweiligen Galaxie bewegen, so folgt aus dem Gleichgewicht der Gravitations- und Zentrifugalkraft für die Rotationsgeschwindigkeit im Abstand  $r$  vom Zentrum der Zusammenhang  $v^2(r) = GM(r)/r$ , wobei  $G$  die Gravitationskonstante und  $M(r)$  die Masse innerhalb des Radius  $r$  ist. Aufgrund der in Scheibengalaxien beobachteten Verteilung der leuchtenden Materie würde man also einen stetigen Abfall der Rotationsgeschwindigkeit nach außen hin erwarten. Überraschenderweise zeigten die Kurven in den äußeren Bereichen aller größeren Spiralgalaxien einen flachen Verlauf, ein deutliches Indiz dafür, dass Galaxien von einem Halo aus Dunkler Materie umgeben sind, der die zehner- oder mehrfache Masse der sichtbaren Scheibe besitzt (Hetznecker, 2007; Schneider, 2006).

Über die Natur der Dunklen Materie ist bisher wenig bekannt. Einig sind sich Teilchenphysiker zur Zeit nur darin, dass es sich dabei um „weakly interacting massive particles“ WIMPs handeln könnte, das heißt um Teilchen, die nur der Schwachen Wechselwirkung und der Gravitation unterliegen. Einen aussichtsreichen Kandidaten liefert die Supersymmetry, eine Erweiterung des Standardmodells der Teilchenphysik, mit dem Neutralino, welches als leichtestes supersymmetrisches Teilchen stabil

wäre und in einem Energiebereich von 100–1000 GeV vermutet wird. Derart massive Teilchen könnten nur unter den extremen Temperaturbedingungen, die kurz nach dem Urknall herrschten, entstanden sein. Aufgrund ihrer großen Massen würden sie sich nach ihrer Entkopplung vom Strahlungshintergrund nichtrelativistisch bewegen und damit die sogenannte „cold dark matter“ CDM bilden (Primack, 2009; Nicolson, 2007; Hetznecker, 2007).

Diese dynamisch „kalte“ Dunkle Materie bildet zusammen mit der kosmischen Inflation das Fundament des  $\Lambda$ CDM-Standardmodells der modernen Kosmologie. Die Entwicklung des Universums wird nach diesem Modell nicht von baryonischer Materie, sondern von Dunkler Energie und Dunkler Materie dominiert. Vom gesamten kosmischen Energiegehalt entfallen nach heutiger Kenntnis 72% auf Dunkle Energie, 23% auf Dunkle Materie, 4,5% auf baryonische Materie und nur 0,5% auf die sichtbare baryonische Materie (Primack, 2009). Der im Vergleich zur baryonischen Materie deutlich überwiegende Anteil an Dunkler Materie spielte eine entscheidende Rolle bei der Entstehung der ersten Strukturen im Universum. Da Dunkle Materie keine elektromagnetische Wechselwirkung zeigt, konnte sie bereits einige hunderttausend Jahre früher als die baryonische Materie damit beginnen, überdichtete Regionen zu bilden, die von der Expansion des Universums abkoppelten und kontrahierten. Nach dem Modell der hierarchischen Strukturbildung entstehen dabei zunächst lokale, kleine Verdichtungen, die stetig Materie akkretieren, mit benachbarten Verdichtungen verschmelzen und schließlich zu immer größeren Dunklen Halos anwachsen. Als Strahlung und baryonische Materie etwa 380 000 Jahre nach dem Urknall entkoppelten, begann auch die baryonische Materie in die bereits vorhandenen Potentialmulden zu strömen, um dort die ersten Sterne, später ganze Galaxien und Galaxienhaufen zu formen (Hetznecker, 2009).

Es wird daher heute davon ausgegangen, dass jede Galaxie, ob elliptisch oder spiralförmig, in einen Dunklen Halo eingebettet ist. Auch unsere Milchstraße besitzt einen Halo, der mindestens bis zu einem Radius von  $100 h^{-1} \text{ kpc}$  hinauszureichen scheint (Schneider, 2006). Neueste Untersuchungen der Kinematik von Sternen in der unmittelbaren Umgebung der Sonne liefern für die lokale Dunkle Materiedichte einen Wert von  $0,008 \pm 0,002 M_{\odot} \text{ pc}^{-3}$ , im Einklang mit Standardabschätzungen für diese Größe (Bovy and Tremaine, 2012). Will man aber die beobachtete Drehimpulsverteilung von Galaxien wie unserer Milchstraße im Detail nachvollziehen, so muss man auch den Ursprung ihrer Drehimpulse und den Zusammenhang mit dem Drehimpuls der Dunklen Halos verstehen, in welchen sie entstanden sind. Der Dreh-



impuls in Dunkle Materie Halos wird ursprünglich durch Gezeitenwechselwirkungen mit benachbartem Material erzeugt, vor allem aber durch den Bahndrehimpuls, der über Verschmelzungsprozesse mit anderen Halos in das System getragen wird. In welchem Maße der Drehimpuls über die Zeit wächst und wie er sich letztlich auf Gas und Dunkle Materie verteilt, ist damit geprägt durch die anfängliche Umgebung und die individuelle Verschmelzungsgeschichte eines Halos (Barnes and Efstathiou, 1987; Maller et al., 2002; D’Onghia and Burkert, 2004).

Die Bildung galaktischer Scheiben innerhalb ausgedehnter Dunkler Halos ist eines der bedeutendsten ungelösten Probleme der Kosmologie. Im bisher favorisierten Szenario geht man davon aus, dass die Drehimpulsverteilung von Gas und Dunkler Materie nach Erreichen des Virialgleichgewichts nahezu identisch ist, womit sich das Drehimpulsprofil des Gases aus dem des Dunklen Halos extrahieren lässt, wenn man letzteres als gegeben voraussetzt (Fall and Efstathiou, 1980). Im weiteren Verlauf beginnt das Gas über Strahlungsprozesse zu kühlen und setzt sich schließlich unter Erhaltung des Drehimpulses in einer Scheibe ab, was dem Zustand minimaler Energie im Zentrifugalegleichgewicht entspricht (Mestel, 1963). Leider produzieren numerische Simulationen unter Berücksichtigung dieses Gaskollapses fortwährend kleinere Scheiben, als mit vorhandenen Beobachtungsdaten verträglich wäre, ein Problem, das unter dem Namen „angular momentum catastrophe“ bekannt ist (Navarro and Benz, 1991). Selbst die modernsten verfügbaren Codes, welche die Einflüsse von Sternentstehung und Supernovae enthalten, um das Gas daran zu hindern, zu viel Drehimpuls zu verlieren, sind bisher nicht in der Lage, vollständig realistische Scheiben zu generieren, auch wenn die Abweichungen zunehmend geringer werden (Scannapieco et al., 2012; Primack, 2009).

Das zentrale fehlende Element im oben betrachteten Paradigma ist das konkrete Drehimpulsprofil eines Dunkle Materie Halos, über welches das des Gases festgelegt ist. Durch welche Parameter die Drehimpulsverteilung in einem Dunklen Halo charakterisiert werden kann und welche möglichen Auswirkungen diese auf die Gestalt von Scheibengalaxien haben könnte, soll im Rahmen dieser Arbeit erörtert werden. Im zweiten Kapitel werden hierfür zunächst einige grundlegende physikalische Eigenschaften Dunkler Halos und die verwendeten Simulationen vorgestellt. Im Anschluss daran werden die angewandten Techniken und die Ergebnisse der Arbeit im dritten und vierten Kapitel erläutert und diskutiert.

## 2. Physikalische Grundlagen

Um konkrete Aussagen über die Eigenschaften Dunkler Materie Halos treffen zu können, muss zunächst klargestellt werden, über welche physikalischen Überlegungen ein solches Objekt definiert wird. Im ersten Abschnitt des Kapitels wird daher darauf eingegangen, wie der Gleichgewichtszustand eines Dunklen Halos erreicht wird und durch welches Gesetz er bestimmt ist. Anschließend werden zwei erfolgreiche Modelle zur Beschreibung Dunkler Materie Halos präsentiert. Abgeschlossen wird das Kapitel durch eine genauere Darstellung dreimpulsspezifischer Größen, der Verbindung von Halo- und Gasdreimpuls sowie der Beschreibung der verwendeten Simulationen.

### 2.1. Relaxation und Virialgleichgewicht

Wie oben bereits erwähnt, wird die Strukturbildung im Universum von „kalter“ Dunkler Materie dominiert, welche hauptsächlich gravitativ wechselwirkt. Ein Ensemble Dunkler Materieteilchen kann daher als nichtrelativistische, stoßfreie Flüssigkeit aufgefasst werden, welche durch die Verteilungsfunktion oder Phasenraum-dichte  $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$  vollständig beschrieben wird. In einem expandierenden Universum sind dabei  $\vec{r}$  die Position und  $\vec{v}$  die Geschwindigkeit in mitbewegten Koordinaten (Dolag et al., 2008). Die Verteilungsfunktion ist so definiert, dass  $f(\vec{r}, \vec{v}, t) d^3\vec{r}d^3\vec{v}$  die Wahrscheinlichkeit angibt, zur Zeit  $t$  ein beliebiges Teilchen mit Phasenraumkoordinaten  $(\vec{r}, \vec{v})$  im Phasenraumvolumen  $d^3\vec{r}d^3\vec{v}$  zu finden. Die Entwicklung der Phasenraum-dichte ist durch die Vlasogleichung bestimmt:

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} + \vec{a} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = 0, \quad (2.1)$$

wobei  $\vec{a} = \vec{v} = -\nabla\Phi$  die Beschleunigung der Teilchen und  $\Phi$  das Gravitationspotential ist. Die Phasenraum-dichte um ein gegebenes Teilchen ist also entlang seines Orbits im Phasenraum zeitlich konstant, was einem inkompressiblen Fluss entspricht (Binney and Tremaine, 2008; Subramanian et al., 2000). Es bleibt nun zu klären, wie

ein System, in welchem Energie nicht durch Teilchenkollisionen ausgetauscht werden kann, in einen stabilen Gleichgewichtszustand gelangt.

Betrachtet man eine überdichte Region, deren Dichte ausreicht, um sich von der Expansion des Universums abzukoppeln, so wird diese aufgrund ihrer Eigengravitation zu kollabieren beginnen. Wäre nun das Gravitationspotential  $\Phi$  zeitlich konstant, so würde sich auch die mit der Masse normierte Gesamtenergie  $E = \frac{1}{2}v^2 + \Phi$  eines Teilchens, welches sich in diesem Potential bewegt, nicht ändern. Im Allgemeinen besitzt aber jede kontrahierende Massenkonzentration kleine Dichteinhomogenitäten, die dafür sorgen, dass das Gravitationspotential zeitlich variiert. Die Energie eines einzelnen Teilchens ist dann nicht mehr erhalten, da nun mit  $\frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla\Phi$  gilt (Binney and Tremaine, 2008):

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d\vec{v}^2}{dt} + \frac{d\Phi}{dt} = \vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\partial\Phi}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla\Phi = \frac{\partial\Phi}{\partial t}. \quad (2.2)$$

Teilchen, die sich zum Massenzentrum hin bewegen, beginnen an den Potentialfluktuationen zu streuen, womit sie mehr und mehr von ihren radialen Orbits abweichen und so für einen Energietransfer sorgen. Durch diese kollektiven Wechselwirkungen wird die Energie des Systems auf einer Zeitskala umverteilt, die in etwa der Zeit entspricht, die ein Teilchen benötigt, um das System einmal zu durchqueren. Dieser Prozess, bekannt als „violent relaxation“, stellt somit einen Mechanismus dar, der ein stoßfreies Teilchensystem in etwa innerhalb der Kollapszeit in einen Gleichgewichtszustand überführt, wobei die Gesamtenergie natürlich erhalten bleibt (Lynden-Bell, 1967; Schneider, 2006).

Der am Ende der Relaxation realisierte Gleichgewichtszustand ist durch den Virialsatz bestimmt. Nach diesem gibt es einen eindeutigen Zusammenhang zwischen den zeitlichen Mittelwerten der kinetischen Energie  $E_{kin}$  und der potentiellen Energie  $E_{pot}$ , wenn sich die Teilchen des Systems in einem endlichen Raumgebiet mit endlichen Geschwindigkeiten bewegen und die potentielle Energie eine homogene Funktion der Koordinaten ist. Letzteres bedeutet, dass  $E_{pot}(\alpha\vec{r}) = \alpha^k E_{pot}(\vec{r})$  gilt, mit einer beliebigen Konstanten  $\alpha$ . Der Grad der Homogenität wird mit  $k$  bezeichnet. Für obige Situation einer unter ihrer eigenen Schwerkraft kollabierenden Materiekonzentration sind alle Bedingungen des Virialsatzes erfüllt, der mit  $k = -1$  aus  $E_{pot} \propto r^{-1}$  lautet:

$$2\langle E_{kin} \rangle_t = -\langle E_{pot} \rangle_t. \quad (2.3)$$

Die Gesamtenergie  $E = \langle E_{kin} \rangle_t + \langle E_{pot} \rangle_t = \frac{1}{2} \langle E_{pot} \rangle_t = -\langle E_{kin} \rangle_t$  ist damit negativ, was einem gebundenen Zustand entspricht, ohne den eine Bewegung in einem begrenzten Gebiet nicht möglich wäre (Landau and Lifschitz, 2007).

Ein Dunkler Halo wird nun über seinen Virialradius  $r_{vir}$  definiert, der die virialisierte innere Region von einer äußeren trennt, aus der weiter Material auf den Halo einfällt (Cole and Lacey, 1996). Die kritische Dichte, ab der ein expandierendes Gebiet entgegen dem Hubblefluss zu kontrahieren beginnt, kann mit dem Modell des sphärischen Kollapses berechnet werden. Der Grenzfall wird dabei genau dann erreicht, wenn  $\frac{1}{2}\dot{r}^2(t) = GM(r)/r(t)$  gilt, wobei  $M(r)$  die von einer Kugel eingeschlossene Masse und  $\dot{r}(t)$  die Expansionsgeschwindigkeit des Universums ist. Mit dem Hubble-Gesetz  $\dot{r}(t) = H(t)r(t)$  und  $M(r) = \frac{4}{3}\pi r^3(t)\rho(t)$  folgt daraus  $\rho_{crit} = \frac{3}{8}H^2(t)/(\pi G)$ , mit der vom betrachteten Zeitpunkt abhängigen Hubble-Konstanten  $H(t)$  (Schneider, 2006). Aus numerischen Simulationen ergibt sich schließlich, dass der Virialradius einen Raum einschließt, in welchem die mittlere Dichte ungefähr dem Zweihundertfachen der kritischen Dichte entspricht (Cole and Lacey, 1996). Für einen so definierten Dunklen Materie Halo gilt somit  $r_{vir} = r_{200}$  und  $M_{vir} = M_{200}$  (Navarro et al., 1997).

## 2.2. Das NFW-Profil

Einen bedeutenden Beitrag zur Beschreibung der strukturellen Eigenschaften Dunkler Materie Halos leisteten Julio Navarro, Carlos Frenk und Simon White Mitte der 1990er Jahre. Die Ergebnisse ihrer, ohne den Einfluss baryonischer Materie durchgeführten, numerischen Simulationen belegten, dass das über Kugelschalen gemittelte Dichteprofil von Halos näherungsweise einer universellen Form zu folgen scheint, unabhängig von deren Masse und den verwendeten kosmologischen Parametern (Navarro et al., 1997). Für einen Massenbereich von  $10^{11} - 10^{15} M_\odot$  kann der radiale Dichteverlauf folgendermaßen approximiert werden:

$$\rho_{NFW}(r) = \frac{\delta_c \rho_{crit}}{(r/r_s)(1 + r/r_s)^2}. \quad (2.4)$$

Hierbei ist  $r_s$  ein Skalenradius,  $\delta_c$  eine dimensionslose, charakteristische Überdichte und  $\rho_{crit}$  die oben angegebene kritische Dichte des Universums (Navarro et al., 1996). Für  $r \ll r_s$  ist  $\rho \propto r^{-1}$ , wohingegen für  $r \gg r_s$  das Profil immer steiler abfällt und  $\rho \propto r^{-3}$  gilt. Ein Maß für die zentrale Konzentration eines Halos ist durch den

Konzentrationsindex  $c \equiv r_{vir}/r_s$  gegeben (Primack, 2009; Schneider, 2006). Typische Werte sind  $c \approx 6$  für Halomassen von  $3 \cdot 10^{15} M_\odot$  und  $c \approx 16$  für  $3 \cdot 10^{11} M_\odot$  (Binney and Tremaine, 2008). Die kumulative Masse des NFW-Profiles berechnet sich über:

$$M(r) = 4\pi \int_0^r dr' r'^2 \rho_{NFW}(r') = 4\pi \delta_c \rho_{crit} r_s \int_0^r dr' \frac{r'}{(1+r'/r_s)^2} = \stackrel{P.I.}{=} 4\pi \delta_c \rho_{crit} r_s^3 \left[ \ln\left(1 + \frac{r}{r_s}\right) - \frac{r}{r_s + r} \right]. \quad (2.5)$$

Aus der Forderung  $M_{200} = 4\pi \int_0^{r_{200}} dr \rho(r) r^2 = (4\pi/3) r_{200}^3 \delta_c \rho_{crit}$  ergibt sich schließlich folgender Zusammenhang:

$$\delta_c = \frac{200}{3} \frac{c^3}{\ln(1+c) - c/(1+c)}. \quad (2.6)$$

Kennt man also die Virialmasse eines Halos, so gibt es nur noch einen freien Parameter,  $\delta_c$  oder  $c$ , durch den das NFW-Profil charakterisiert wird (Navarro et al., 1997; Schneider, 2006).

Die Simulationen zeigten, dass der Konzentrationsindex stark mit der Halomasse und der Rotverschiebung korreliert ist, wobei leichtere Halos erheblich konzentrierter als schwerere sind. Dies kann dadurch erklärt werden, dass kleinere Halos in der Regel bei höheren Rotverschiebungen kollabieren als größere und die Dichte des Universums daher entsprechend größer war (Bullock et al., 2001b). Die Abhängigkeit ist in etwa gegeben durch  $c \propto M^{-1/9} (1+z)^{-1}$  (Schneider, 2006). Darüber hinaus ist die charakteristische Dichte eines Halos im NFW-Modell für alle hierarchischen Kosmologien proportional zur mittleren Dichte des Universums zur Zeit des Kollapses (Navarro et al., 1997).

Auch wenn das NFW-Profil die Dichteverteilung von Halos in guter Näherung für reine Dunkle Materie-Simulationen beschreibt, findet man in neueren Arbeiten, dass das Dichteprofil mit dem Spektralindex des anfänglichen Leistungsspektrums der Dichtefluktuationen des Universums korreliert ist (Subramanian et al., 2000). Ein weiteres Problem ist, dass die Dichte für kleine Radien divergiert, im Widerspruch zu aktuellen Beobachtungen naher Galaxien, welche eher für die Existenz eines inneren Kerns sprechen, in welchem die Dichte gemäß  $\rho(r) \propto (r_c^2 + r^2)^{-1}$  innerhalb eines charakteristischen Kernradius  $r_c$  konstant bleibt. Diese Abweichungen sind mit großer Wahrscheinlichkeit auf den Einfluss baryonischer Materie zurückzuführen, welcher in oben genannten Simulationen fehlte (Primack, 2009).

In diesem Zusammenhang sind zwei einander entgegenwirkende Prozesse von Bedeutung. Da baryonische Materie in der Lage ist zu kühlen, beginnt sie sich mit der Zeit im Kern eines Halos zu konzentrieren, wodurch sich das Gravitationspotential zeitlich langsam verändert und der Dunkle Halo infolgedessen noch mehr kontrahiert. Dieses Phänomen wird als Adiabatische Kontraktion bezeichnet (Jesseit et al., 2002). Demgegenüber steht die dynamische Reibung, welche bewirkt, dass Energie und Bahndrehimpuls von einfallenden Materieklumpen auf die Dunkle Materie im Kern übertragen wird, wodurch der zentrale Dichteexzess aufgelöst und ein von den Beobachtungsdaten gefordertes, flaches Dichteprofil entsteht (El-Zant et al., 2001). Welcher der beiden Vorgänge letztendlich überwiegt, muss durch höher aufgelöste Simulationen geklärt werden (Primack, 2009). Abschließend kommt noch hinzu, dass Dunkle Materie Halos im Allgemeinen nur in den äußeren Bereichen sphärische Symmetrie besitzen, für kleine Radien hingegen zunehmend eine triaxiale Struktur zeigen, welche bei massereicheren Halos stärker ausgeprägt ist. Dadurch ergeben sich weitere Änderungen im Dichte- und Potentialverlauf, die in einer tiefergehenden Betrachtung der Struktur Dunkler Halos miteinbezogen werden müssen (Hayashi et al., 2007).

### 2.3. Hernquist-Modell

Ein weiteres inzwischen etabliertes Modell für relaxierte Teilchensysteme wurde 1990 von Lars Hernquist eingeführt. Es wird vor allem zur Beschreibung der Leuchtkraftprofile Elliptischer Galaxien und der zentralen „bulges“ von Spiralgalaxien verwendet, eignet sich aber ebenso für die Modellierung Dunkler Halos (Tormen et al., 1997; Dubinski and Carlberg, 1991). So wird beispielsweise das Dichteprofil des Halos der zentralen Galaxie des Virgo-Galaxienhaufens,  $M 87$ , nicht nur durch das NFW-Profil, sondern auch vom Hernquist-Modell sehr gut beschrieben (McLaughlin, 1999).

Das Profil ist darauf ausgelegt, eine Alternative für die von de Vaucouleurs empirisch gefundene Leuchtkraftverteilung Elliptischer Galaxien anzubieten, da diese keine durch elementare Funktionen darstellbare Dichteverteilung impliziert. Das Hernquist-Modell liefert dagegen sowohl für die theoretisch relevante Verteilungsfunktion  $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$  als auch für Beobachtungsgrößen wie die auf die Himmelsebene projizierte Oberflächenhelligkeit analytische Ausdrücke (Binney and Tremaine, 2008; Hernquist, 1990). Die über Kugelschalen gemittelte Dichte des Hernquist-

Profils ist gegeben durch:

$$\rho_H(r) = \frac{M}{2\pi} \frac{a}{r} \frac{1}{(r+a)^3}, \quad (2.7)$$

wobei  $M$  die Gesamtmasse des Systems bezeichnet und  $a$  ein Skalenradius ist, welcher ein Viertel der Gesamtmasse einschließt. Wie für das NFW-Profil gilt  $\rho \propto r^{-1}$  für  $r \ll a$ . Für  $r \gg a$  fällt die Dichte jedoch mit  $\rho \propto r^{-4}$  steiler ab, womit die kumulative Masse im Gegensatz zum NFW-Profil Gl. (2.5) für große  $r$  endlich bleibt:

$$M(r) = M \frac{r^2}{(r+a)^2}. \quad (2.8)$$

Das zugehörige Potential ist mit der Dichte über die Poissongleichung verknüpft:

$$\Delta\Phi(r) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \Phi(r) \right) = 4\pi G \rho(r). \quad (2.9)$$

Durch Einsetzen von Gl. (2.7) und zweimalige Integration findet man für das Potential den einfachen Ausdruck:

$$\Phi(r) = -\frac{GM}{r+a}. \quad (2.10)$$

Betrachtet man ein nicht rotierendes, sphärisch symmetrisches System, entsprechend einem Halo, dessen Gesamtdrehimpuls verschwindet, ergeben sich für isotrop verteilte Orbits zudem analytische Ausdrücke für die radiale Geschwindigkeitsdispersion, die kinetische Energie und die potentielle Energie (Hernquist, 1990). Isotrop bedeutet dabei, dass für die Geschwindigkeitsdispersion in Kugelkoordinaten  $\langle v_r^2 \rangle = \langle v_\theta^2 \rangle = \langle v_\phi^2 \rangle$  gilt, wohingegen der Grad der radialen Anisotropie durch den Anisotropieparameter

$$\beta = 1 - \frac{\langle v_\theta^2 \rangle + \langle v_\phi^2 \rangle}{2\langle v_r^2 \rangle} \quad (2.11)$$

quantifiziert wird (Binney and Tremaine, 2008). Da die Verteilungsfunktion  $f$  für Systeme mit isotroper und anisotroper Geschwindigkeitsdispersion im Hernquist-Modell durch elementare Funktionen beschrieben werden kann, eignet es sich zudem besonders gut dafür, Dunkle Halos in Simulationen zu konstruieren (Hernquist, 1990).

## 2.4. Drehimpuls im Halo-Gas-System

Wie bereits in der Einleitung erwähnt, ist ein in der Entstehung befindlicher Dunkler Halo und das in ihn einströmende Gas ständigen Gezeitenwechselwirkungen ausgesetzt, welche von der umliegenden Materie erzeugt werden und eine Zunahme des Drehimpulses des Gesamtsystems bewirken (Barnes and Efstathiou, 1987). Der Großteil des Halodrehimpulses wird nach derzeitigem Kenntnisstand jedoch durch den Bahndrehimpuls von Satellitenhalos, die mit dem Haupthalo verschmelzen, erzeugt (Primack, 2009). Ein quantitatives Maß dafür, wieviel Drehimpuls ein Halo enthält, ist durch den dimensionslosen Spinparameter gegeben:

$$\lambda \equiv \frac{J|E|^{1/2}}{GM^{5/2}}, \quad (2.12)$$

wobei  $J$ ,  $E$  und  $M$  Gesamtdrehimpuls, Gesamtenergie und Gesamtmasse des Systems bezeichnen (Peebles, 1969). Der Spinparameter hängt nur schwach von der Masse eines Halos und den in ihm enthaltenen Substrukturen ab, was ihn zu einer robusten Messgröße macht (Barnes and Efstathiou, 1987). Bullock et al. (2001a) geben einen modifizierten Spinparameter an, der auch für  $r \leq r_{vir}$  ausgewertet werden kann:

$$\lambda' \equiv \frac{J}{\sqrt{2}MV_cR}. \quad (2.13)$$

Hierbei ist  $J$  der Gesamtdrehimpuls innerhalb einer Sphäre mit Radius  $R$ , welche die Masse  $M$  umschließt, und  $V_c = \sqrt{GM/R}$  die Kreisgeschwindigkeit bei diesem Radius. Statistisch folgen beide Spinparameter näherungsweise einer Lognormalverteilung,

$$P(\lambda) = \frac{1}{\lambda\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{\ln^2(\lambda/\lambda_0)}{2\sigma^2}\right\}, \quad (2.14)$$

mit  $\lambda_0 = 0,035$  und  $\sigma = 0,5$  als beste Fitwerte (Bullock et al., 2001a).

Nach der Standardtheorie der Galaxienentstehung ist nun die Drehimpulsverteilung des Halo-Gas-Systems aneinander gekoppelt. Während der Dunkle Halo kollabiert, wird das in ihn einströmende Gas in Folge der Relaxation in turbulente Bewegung versetzt und dabei auf die Virialtemperatur des Systems aufgeheizt. Dabei erhält das „schockgeheizte“ Gas eine Orts- und Geschwindigkeitsverteilung, die in guter Näherung mit der des Dunklen Materials übereinstimmt. Man nimmt daher



an, dass damit auch die Drehimpulsprofile beider Komponenten zu diesem Zeitpunkt identisch sind (White and Rees, 1978; Fall and Efstathiou, 1980). Die langsam rotierende Gaswolke kann nun, im Gegensatz zum Dunklen Halo, über Strahlungsprozesse kühlen und sich in einer Gasscheibe absetzen. Mestel (1963) postulierte zusätzlich, dass der Drehimpuls jedes einzelnen Gasteilchens, unter Vernachlässigung viskoser Wechselwirkungen, beim Einfall in die Scheibe erhalten bleibt. Auf diesen grundlegenden Gedanken basierend ist es mit folgenden drei Annahmen möglich, Eigenschaften von Scheibengalaxien vorherzusagen: (i) Die Masse der Scheibe  $M_d$  ist ein festgelegter Bruchteil  $m_d$  der Halomasse  $M$ . (ii) Der Drehimpuls der Scheibe  $J_d$  entspricht ebenfalls einem Bruchteil  $j_d$  des Halodrehimpulses  $J$ . (iii) Die resultierende Scheibe ist dünn, im Zentrifugalgleichgewicht und folgt einer, aus Beobachtungen abgeleiteten, exponentiellen Oberflächendichte  $\Sigma(r) = \Sigma_0 \exp(-r/r_d)$  mit der Skalenlänge  $r_d$  und der zentralen Oberflächendichte  $\Sigma_0$  (Mo et al., 1998). Masse und Oberflächendichte sind hierbei über

$$M(r) = \int_0^{2\pi} \int_0^r \Sigma(r') r' dr' d\varphi \quad (2.15)$$

miteinander verbunden (Binney and Tremaine, 2008).

Es soll nun kurz gezeigt werden, wie anhand eines stark vereinfachten Modells unter Zuhilfenahme der oben genannten Bedingungen die Skalenlänge einer Scheibe berechnet werden kann. Dazu wird die Eigengravitation der Scheibe vernachlässigt und für das Dichteprofil des Halos eine singuläre isotherme Sphäre

$$\rho_{SIS}(r) = \frac{V_c^2}{4\pi G r^2}, \quad (2.16)$$

mit der vom Radius unabhängigen Kreisgeschwindigkeit  $V_c$  angenommen. Damit ergibt sich nun für Masse und Gesamtdrehimpuls der Scheibe:

$$M_d = 2\pi \int_0^\infty \Sigma(r) r dr = 2\pi \Sigma_0 r_d^2 \quad (2.17)$$

$$J_d = 2\pi V_c \int_0^\infty \Sigma(r) r^2 dr = 4\pi \Sigma_0 V_c r_d^3 = 2M_d r_d V_c. \quad (2.18)$$

Für die obere Integrationsgrenze kann wegen  $r_{200} \gg r_d$  und des exponentiellen Abfalls von  $\Sigma(r)$  Unendlich eingesetzt werden. Weiterhin gilt  $M_d = m_d M$  und  $J_d = j_d J$ . Die Gesamtenergie des Systems wird mit Hilfe des Virialtheorems Gl. (2.3) unter der Annahme, dass sich alle Teilchen annähernd auf Kreisbahnen bewegen,

zu  $E = -GM^2/(2r_{200}) = -MV_c^2/2$ . Mit Gl. (2.12) findet man schließlich für den Skalenradius der Scheibe:

$$r_d = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{j_d}{m_d} \lambda r_{200}. \quad (2.19)$$

Der Baryonenanteil des Universums  $f_b = \Omega_b/\Omega_m$ , mit dem Materiedichteparameter  $\Omega_m$  und dem Baryondichteparameter  $\Omega_b$ , liefert für verschiedene kosmologische Modelle ein oberes Grenzintervall für den Massenbruchteil der Scheibe von  $m_d = 0,05 - 0,1$  (Mo et al., 1998). In der Realität wird die begrenzte Effizienz Scheiben zu bilden aber dafür sorgen, dass  $m_d$  in der Regel deutlich kleiner ist als diese Werte. Falls Annahme (iii) korrekt ist, gilt zudem  $j_d/m_d \approx 1$ . Berücksichtigt man die Eigengravitation der Scheibe und verwendet eine realistischere Dichteverteilung wie das NFW-Profil, so ändert sich Gl. (2.19) nur durch einen zusätzlichen Faktor  $f(\lambda, c, m_d, j_d)$ , dessen funktionaler Verlauf iterativ bestimmt werden kann (Mo et al., 1998). Die abgeleiteten Skalenlängen stimmen dann in guter Näherung mit Beobachtungsdaten überein (van den Bosch et al., 2002).

Nimmt man wie oben beschrieben an, dass der Drehimpuls jedes in der Gasscheibe abgesetzten Massenelements im Detail erhalten ist, dann ist die kumulative Masse  $M(< j)$  mit spezifischem Drehimpuls kleiner  $j$  von besonderem Interesse. Der spezifische Drehimpuls bezeichnet dabei den mit der Masse normierten Drehimpuls. Kennt man  $M(< j)$  für den Dunklen Halo, so kann man damit über  $M_d(< j) = m_d M(< j)$  Aussagen über die Massenverteilung der entstehenden Scheibe treffen. Bullock et al. (2001a), im Folgenden mit B01a bezeichnet, präsentieren ein in reinen Dunkle Materie-Simulationen gefundenes universelles Drehimpulsprofil für Dunkle Halos. Die Drehimpulsverteilung wird demnach beschrieben durch:

$$M(< j) = M_{vir} \frac{\mu j}{j_0 + j}, \quad \mu > 1, \quad (2.20)$$

wobei  $\mu$  und  $j_0$  Fitparameter sind. Für  $j < j_0$  ist die Funktion nahezu linear in  $j$ , beginnt für  $j > j_0$  immer flacher zu werden und steigt monoton, bis sie bei  $j_{max} = j_0/(\mu - 1)$  abbricht. Dies ergibt sich aus der Forderung  $M(j_{max}) \stackrel{!}{=} M_{vir}$ . Dabei wirkt  $\mu$  als Formparameter, denn für  $\mu \gg 1$  folgt  $M(< j)$  einem reinen Potenzgesetz, während für  $\mu \rightarrow 1$  nur die Hälfte der Masse in den Bereich des Potenzgesetzes fällt und die Krümmung hervorgehoben wird. Der Formparameter ist wie  $\lambda$  lognormalverteilt, 90% liegen innerhalb  $1,05 < \mu < 2,0$ . Die Parameter

sind über den Spinparameter  $\lambda'$  miteinander verbunden, womit  $M(< j)$  effektiv nur von einem Fitparameter abhängt. Löst man Gl. (2.20) nach  $j$  auf, so ergibt sich aus  $J = \int_0^{M_{vir}} j(M) dM$  und Gl. (2.13), ausgewertet am Virialradius, der Zusammenhang  $j_0 = \sqrt{2} V_c(r_{vir}) r_{vir} \lambda' / b(\mu)$  mit  $b(\mu) = -\mu \ln(1 - 1/\mu) - 1$  (Bullock et al., 2001a).

Die von Gl. (2.20) implizierte Oberflächendichte weicht allerdings stark von dem beobachteten exponentiellen Verlauf ab, da sie erheblich zu viel Masse mit niedrigen Drehimpulsen enthält. Zudem bricht die Oberflächendichte für große Radien aufgrund von  $j_{max}$  bei einem Wert ab, der deutlich über dem des exponentiellen Profils liegt (Bullock et al., 2001a; Chen and Jing, 2002). Inwieweit das Profil daher als „universell“ bezeichnet werden kann, wurde in dieser Arbeit eingehend überprüft und nach Abweichungen gesucht. Ergebnisse dazu und die Annahmen, unter denen Gl. (2.20) gewonnen wurde, werden ausführlich in Kapitel 3 diskutiert.

## 2.5. Die verwendeten Simulationen

Die meisten Ergebnisse dieser Arbeit wurden aus Daten gewonnen, die mit einer erweiterten Version des TreePM/SPH Codes GADGET II simuliert wurden. Diese berücksichtigt verschiedene physikalische Prozesse, die in Anwesenheit baryonischer Materie eine Rolle spielen, wie Gaskühlung, Sternentstehung, Supernovaexplosionen und chemische Anreicherung. Die kosmologische, hydrodynamische Simulation Magneticum wurde in einem  $\Lambda$ CDM-Universum mit den kosmologischen Parametern  $\Omega_m = 0,3$ ,  $\Omega_\Lambda = 0,7$ ,  $\Omega_b = 0,04$ ,  $h = 0,7$  und  $\sigma_8 = 0,8$  durchgeführt. In dieser Arbeit wurde hauptsächlich bei einer Rotverschiebung von  $z = 0$  in Box 4 (hr) gearbeitet, welche eine Kantenlänge von  $48 Mpc/h$  besitzt und  $2 \times 216^3$  Teilchen enthält, bei einer „softening length“ von  $\epsilon = 5 kpc/h$ . Im numerischen Volumen wurden 356 Halos identifiziert, ein einzelnes Dunkle Materieteilchen hat darin eine Masse von  $m_{dm} = 6,9 \cdot 10^8 M_\odot/h$  (Springel et al., 2001; Springel and Hernquist, 2003; Springel, 2005; Dolag et al., 2005; Komatsu et al., 2011).

Zudem wurden drei Halos bei einer Rotverschiebung von  $z = 1$  analysiert. Diese Halos befinden sich in Box 4 (uhr), welche  $2 \times 576^3$  Teilchen enthält, bei  $\epsilon = 2 kpc/h$  und einer höheren Massenauflösung von  $m_{dm} = 5,2 \cdot 10^7 M_\odot/h$ .

Des Weiteren wurde ein reiner Dunkle Materie Halo untersucht, der mit dem Code GADGET in einem  $\Lambda$ CDM-Universum simuliert wurde und 123 775 Teilchen enthält, wobei ein einzelnes Dunkle Materieteilchen  $1,9 \cdot 10^7 M_\odot$  wiegt, bei  $\epsilon = 1 kpc$ . In dieser kosmologischen Simulation wurde der Halo bei  $z = 0$  mit vergleichbarer

Masse und Größe des Halos der Milchstraße ausgewählt, mit  $M_{200} \approx 3 \cdot 10^{12} M_{\odot}$  und  $r_{200} \approx 270 kpc$  (Beck et al., 2012; Stoehr et al., 2002).

Schließlich wurden drei weitere Halos untersucht, welche im Gegensatz zu obigen Halos nicht in einer kosmologischen Simulation generiert wurden. Zum einen wurde hierzu ein aus 40 000 Teilchen bestehender, nicht rotierender Hernquist-Halo betrachtet, zum anderen zwei Halos, die mit dem Code GADGET II erzeugt wurden, wobei beide aus der Verschmelzung von zwei Vorgängerhalos entstanden und jeweils das Modell eines rotierenden Hernquist-Halos verwendet wurde. Ein Halo ging dabei aus einem Verschmelzungsprozess mit einem Massenverhältnis von 1 : 1 hervor und enthält 541 712 Dunkle Materieteilchen innerhalb  $r_{vir} = 318,24 kpc/h$ . Die Vorgängerhalos hatten dabei jeweils eine Masse von  $M_{vir} = 9,53 \cdot 10^{11} M_{\odot}/h$  und enthielten zudem eine Scheibe mit exponentieller Oberflächendichte und einem Gasanteil von  $f_{gas} = 0,2$ . Der andere Halo besitzt 371 718 Dunkle Materieteilchen innerhalb  $r_{vir} = 278,01 kpc/h$  und ist das Produkt einer Verschmelzung mit Massenverhältnis 3 : 1, wobei die Vorgängerhalos einen höheren Gasanteil von  $f_{gas} = 0,8$  besaßen. Für beide Halos gilt  $m_{dm} = 2,25 \cdot 10^6 M_{\odot}/h$  und  $\epsilon = 0,083 kpc/h$  (Johansson et al., 2009).

# 3. Drehimpulsprofile von Dunklen Halos

In diesem Kapitel werden die verwendeten Techniken und die Resultate dieser Arbeit vorgestellt. Zu Beginn wird ausführlich auf das Massenprofil des Drehimpulses eingegangen. Anschließend wird der Einfluss der Mittelwertbildung über mehrere Teilchen auf die Drehimpulsverteilung erläutert und die Abhängigkeit der Profile von der gewählten Referenzachse diskutiert.

## 3.1. Massenverteilung des Drehimpulses

### 3.1.1. Drehimpulsprofil der Mikrostruktur

Um das Drehimpulsprofil Dunkler Halos analysieren zu können, müssen diese zuerst in der simulierten Box 4 (hr) identifiziert werden. Hierfür wurden die Positionen der Halos mit Hilfe des „Friend of Friend“ Algorithmus bestimmt und die zugehörigen Virialradien  $r_{200}$  aus den Postprocessingdaten ausgelesen. Zusätzlich wurde für jeden Halo das über Kugelschalen gemittelte radiale Dichteprofil und die kumulative Masse innerhalb  $r_{200}$  berechnet, um sicherzustellen, dass das Massenzentrum auch wirklich getroffen wurde. Für einige Halos wurde dabei ein NFW-Fit durchgeführt, mit den Fitparametern nach Gl. (2.5) die Virialmasse berechnet und mit dem Wert der kumulativen Masse bei  $r_{200}$  verglichen. Ergebnisse hierzu sind in Anhang A zu finden.

Im nächsten Schritt wurden die Ortskoordinaten und Geschwindigkeiten aller Dunkler Materieteilchen eines Halos bezüglich seiner Bewegung und Position korrigiert und anschließend der Gesamtdrehimpuls, bezogen auf das Massenzentrum des Halos, über

$$\vec{J} = \sum_i m_i (\vec{r}_i \times \vec{v}_i) \quad (3.1)$$

mit der Masse, Position und Geschwindigkeit des  $i$ -ten Teilchens berechnet. Diese Hauptdrehrichtung des Halos wurde daraufhin als Referenzachse gewählt und die senkrechte Projektion des spezifischen Drehimpulses jedes Teilchens auf den Vektor  $\vec{J}$  sowie der Spinparameter nach Gl. (2.13), ausgewertet am Virialradius, berechnet. Im Folgenden bezeichnet  $\lambda$  immer den nach dieser Gleichung definierten Spinparameter und  $j$  den Betrag des auf  $\vec{J}$  projizierten spezifischen Drehimpulses. Ein Histogramm der gemessenen Spinparameter und die Verteilung für unterschiedliche Halomassen befinden sich in Anhang A.

Will man nun die Massenverteilung des Drehimpulses  $M(< j)$  bestimmen, so muss zunächst festgelegt werden, wie  $j$  gemessen wird. B01a entschieden sich dazu, den Halo in einzelne Zellen zu unterteilen, wobei Kugelkoordinaten  $(r, \theta, \phi)$  verwendet wurden und eine Zelle den vollen Winkel von  $2\pi$  in  $\phi$  abdeckt und von  $(r/r_{vir}, \sin\theta) = (0, 0)$  bis  $(1, 1)$  reicht. Positionen über und unterhalb des Äquators mit demselben  $r\sin\theta$  gehören dabei zur gleichen Zelle. Eine genauere Beschreibung findet man in B01a. Gleichung (2.20) wurde von B01a mit dieser Zelleneinteilung gewonnen, wobei sich  $j$  als Mittelwert des spezifischen, auf  $\vec{J}$  projizierten Drehimpulses jeder Zelle ergab. Zudem wurden dabei nur Zellen mit  $\vec{j} \parallel \vec{J}$  berücksichtigt und somit Zellen mit einem Überschuss an gegenläufigen Teilchen vernachlässigt.

In der vorliegenden Arbeit wurde ein anderer Ansatz gewählt, der sowohl die Teilchen, welche sich in Hauptdrehrichtung des jeweiligen Halos bewegen als auch die gegenläufige Materie gleichermaßen miteinbezieht. Zunächst wurde dabei die Mikrostruktur der Drehimpulsverteilung untersucht, das heißt, es wurden die Drehimpulse jedes einzelnen Teilchens betrachtet, ohne zu mitteln. Über die Bedingung, dass der projizierte Vektor  $\vec{j}$  entweder parallel oder antiparallel relativ zu  $\vec{J}$  ausgerichtet ist, wurden die einzelnen Teilchen in zwei Gruppen eingeteilt und jeweils in einem Intervall zwischen dem minimalen und maximalen gemessenen Wert von  $j$  die kumulative Masse  $M(< j)$  gezählt. Man erhält also jeweils eine parallele und eine antiparallele Verteilung für  $M(< j)$ . Dabei wurde festgestellt, dass sich in allen untersuchten Halos ein erheblicher Anteil der Masse entgegen der Hauptdrehrichtung bewegt, typischerweise 35% bis 45% der Halomasse. B01a fanden dagegen in lediglich 5% ihrer Halos einen Massenanteil der gegenläufigen Materie größer als 10%, woraufhin dieser vernachlässigt wurde. Chen et al. (2002) wählten diesselbe Zelleneinteilung wie B01a, kamen aber zu dem Ergebnis, dass in 50% der Halos mehr als 10% der Masse gegenläufig ist (Chen and Jing, 2002). Diese deutlich niedrigeren Werte sind mit großer Wahrscheinlichkeit auf die gewählte Zelleneinteilung

zurückzuführen, welche stark von der Symmetrie der Drehimpulsverteilung des Halos abhängig ist. Aufgrund der Azimuthalsymmetrie umgibt eine einzelne Zelle den gesamten Halo, womit lokale Konzentrationen gegenläufigen Materials einfach gemittelt werden. Der Überschuss prograd rotierenden Materials ist also vermutlich ein Effekt der Zellengeometrie (Sharma and Steinmetz, 2005).

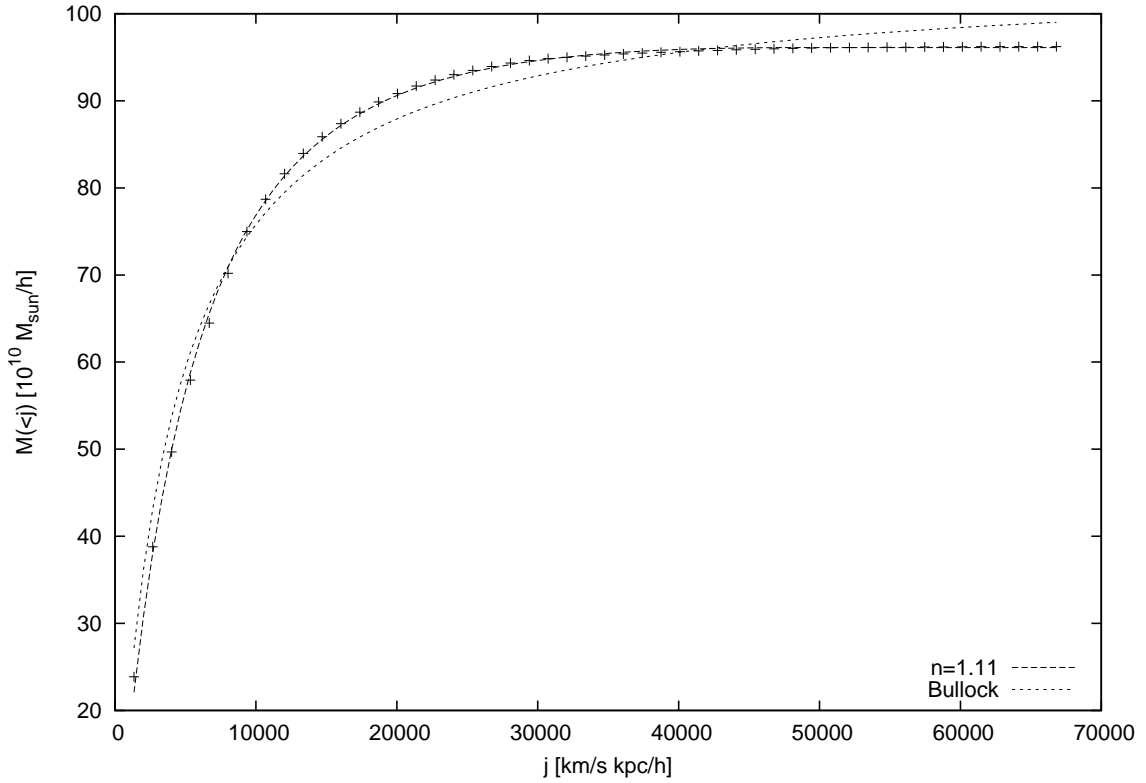
Trotz dieser Abweichungen wurde zuerst versucht, die gemessene Massenverteilung des Drehimpulses für beide Gruppen mit dem Profil nach Gl. (2.20) zu fitten. Hierzu wurde  $M_{vir}$  jeweils durch die Gesamtmasse der parallelen Teilchen  $M(j > 0)$  bzw. der antiparallelen Teilchen  $M(j < 0)$  ersetzt. Das von B01a gefundene universelle Profil zeigte jedoch deutliche Unterschiede im Kurvenverlauf und ist deshalb nur bedingt geeignet, die Mikrostruktur zu beschreiben. Zudem konnte der Zusammenhang zwischen den Fitparametern  $\mu$  und  $j_0$  für keinen Halo bestätigt werden. Ausgehend von Gleichung (2.20) wurde daher ein modifiziertes Profil gesucht, welches für kleine  $j$  stärker ansteigt und für große  $j$  schneller gegen die jeweilige Gesamtmasse konvergiert. Wie sich herausstellte, werden die Verteilungen beider Gruppen für alle analysierten Halos hervorragend durch folgendes Profil beschrieben:

$$M(< j) = M_{vir} \frac{\mu j}{j_0 \left(1 + \left(\frac{j}{j_0}\right)^n\right)}. \quad (3.2)$$

Für  $n = 1$  geht dies in Gl. (2.20) über. Dabei ist  $M_{vir}$  wie oben beschrieben zu ersetzen. Abbildung 3.1 zeigt die deutlichen Unterschiede der beiden Profile auf. Neben den Messpunkten sind die besten Fits mit beiden Profilen eingezeichnet. Während Gl. (3.2) den Kurvenverlauf exakt nachzeichnet, hat Gl. (2.20) große Probleme mit der starken Krümmung der Kurve. Das Profil nach Gl. (3.2) steigt monoton in  $j$  bis zu einem maximalen Wert, welcher bei  $j_{max} = j_0(1/(n-1)^{1/n})$  erreicht wird und fällt für große  $j$  langsam ab. Aus diesem Grund wurde Gl. (3.2) leicht modifiziert, sodass  $M(< j)$  ab  $j_{max}$  konstant bleibt und dabei den Wert  $M(j_{max})$  annimmt. Damit ergibt sich:

$$M(< j) = \begin{cases} M_{vir} \frac{\mu j}{j_0 \left(1 + \left(\frac{j}{j_0}\right)^n\right)} & \text{für } j \leq j_{max} \\ \frac{\mu M_{vir}}{n} (n-1)^{1-1/n} & \text{für } j > j_{max}. \end{cases} \quad (3.3)$$

Alle untersuchten Halos wurden mit dieser funktionalen Form gefittet. Aus dieser Bedingung ergibt sich aber auch ein Zusammenhang der Parameter  $\mu$  und  $n$ , da die



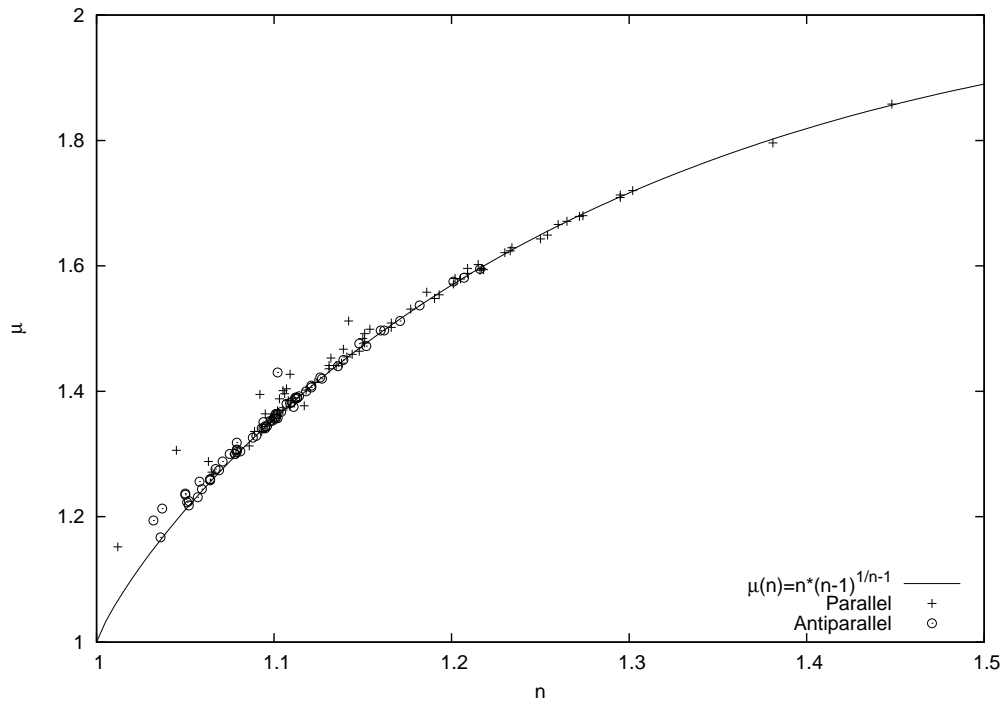
**Abb. 3.1.:** Massenverteilung  $M(< j)$  eines ausgewählten Halos. Zu sehen sind die besten Fits der beiden Profile an die Messkurve (*Kreuze*). *Gepunktete Linie*: Profil von B01a (Gl. (2.20)). *Gestrichelte Linie*: Profil nach Gl. (3.3). Der Fitparameter  $n$  ist mit angegeben.

Funktion beim Fitten für  $j > j_{max}$  an  $M_{vir}$  angepasst wird. Es folgt:

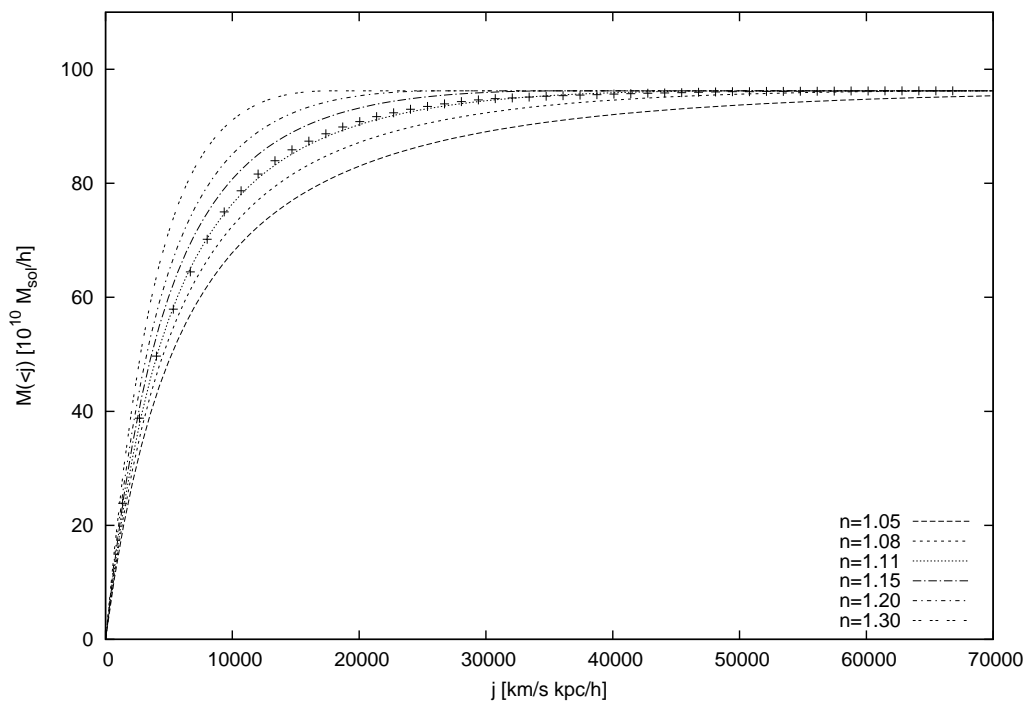
$$\mu(n) = n(n-1)^{\frac{1}{n}-1}. \quad (3.4)$$

Damit ist Gl. (3.3) effektiv nur von zwei Parametern abhängig. In Abbildung 3.2 sind die für 71 Halos bestimmten Fitparameter  $\mu$  und  $n$  zusammen mit der Funktion (3.4) zu sehen. Man erkennt, dass die Relation bis auf wenige Ausnahmen sehr gut wiedergegeben wird. Der Parameter  $n$  bestimmt die Form der Kurve und kann daher als Formparameter aufgefasst werden. Abbildung 3.3 enthält eine Kurvenschar, welche für verschiedene  $n$  bei konstantem  $j_0$  erzeugt wurde. Für Werte von  $n$  nahe bei Eins steigt die Funktion zunächst flacher an und konvergiert erst für große  $j$  gegen  $M_{vir}$ . Bei größeren Werten von  $n$  ist der Verlauf hingegen für kleine  $j$  wesentlich steiler und die Krümmung der Kurve stärker.



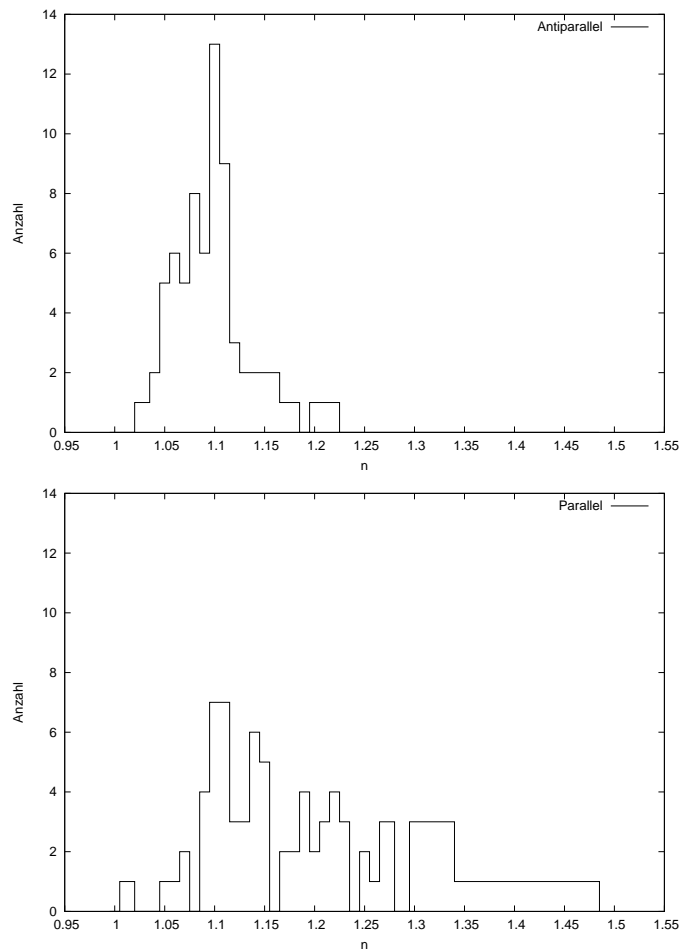


**Abb. 3.2.:** Korrelation der Fitparameter  $\mu$  und  $n$ . *Linie:* Funktionsverlauf nach Gl. (3.4). *Kreuze:* Fitwerte der parallelen Verteilung. *Kreise:* Fitwerte der antiparallelen Verteilung.



**Abb. 3.3.:** Kurvenschar der Funktion (3.3) für unterschiedliche  $n$  bei konstantem  $j_0$  zusammen mit einer gemessenen Kurve (*Kreuze*).

Der Parameter  $j_0$  entspricht einem für jeden Halo charakteristischen spezifischen Drehimpuls und verändert den Kurvenverlauf in ähnlicher Weise. Die Histogramme der gefundenen Werte des Formparameters  $n$  für die parallelen und antiparallelen Verteilungen zeigt Abbildung 3.4. Interessanterweise streuen die  $n$ -Werte für die parallelen Teilchen deutlich stärker als die der antiparallelen. Es liegt nahe, diese Diskrepanz durch die bei den prograden Teilchen, welche in jedem Halo überwiegen, möglicherweise in größerer Anzahl vorhandenen Substrukturen zu erklären. Daher wurde der Formparameter zum einen gegen die Anzahl der mit Hilfe des „Subfind“-Algorithmus identifizierten Subhalos, zum anderen gegen die Masse des schwersten Subhalos aufgetragen. Dabei konnte aber keine Korrelation festgestellt werden. Die entsprechenden Grafiken sind in Anhang A enthalten.



**Abb. 3.4.:** Histogramme des Formparameters  $n$  für 71 Halos. *Oben:* antiparallele Verteilung. *Unten:* parallele Verteilung. Für beide Verteilungen liegt das Maximum bei  $n = 1,1$ .

Die Analyse einer weitaus größeren Anzahl an Halos wäre notwendig, um zu überprüfen, ob dieser Effekt auf die relativ kleine Stichprobe von nur 71 Halos zurückzuführen ist. Die Massenverteilung des Drehimpulses aller untersuchten Halos wird jedoch für die parallele und antiparallele Verteilung ausgezeichnet durch das Profil nach Gl. (3.3) beschrieben, wobei der Formparameter innerhalb  $1 < n < 1,5$  liegt. Das von B01a eingeführte Profil nach Gl. (2.20) ist hingegen nicht geeignet, die Mikrostruktur des Drehimpulses zu beschreiben.

### 3.1.2. Vergleich mit verschiedenen Simulationen

Das von B01a gefundene Profil wurde aus reinen Dunkle Materie-Simulationen gewonnen. Die in dieser Arbeit hauptsächlich verwendete kosmologische Simulation Magneticum enthält aber auch baryonische Materie, welche möglicherweise zu einer Veränderung des Drehimpulsprofils eines Dunklen Halos führt. Daher wurden Halos aus verschiedenen Simulationen analysiert und erneut getestet, welches der beiden Profile die Mikrostruktur des Drehimpulses besser wiedergibt.

Zunächst wurde hierfür der reine Dunkle Materie Halo untersucht. Für diesen Halo wurde nun mit derselben, im vorigen Abschnitt beschriebenen Vorgehensweise die parallele und antiparallele Massenverteilung  $M(< j)$  ausgegeben und jeweils mit den Profilen nach Gl. (2.20) und Gl. (3.3) gefittet. Erneut zeigte sich, dass Gl. (3.3) die Messkurve deutlich genauer nachzeichnet, mit Formparametern  $n = 1,19$  für die parallele Verteilung und  $n = 1,29$  für die antiparallele. Das Profil nach Gl. (2.20) ist dagegen auch für diesen Halo, der kein Gas enthält, nicht in der Lage, die Mikrostruktur mit vergleichbarer Genauigkeit zu beschreiben.

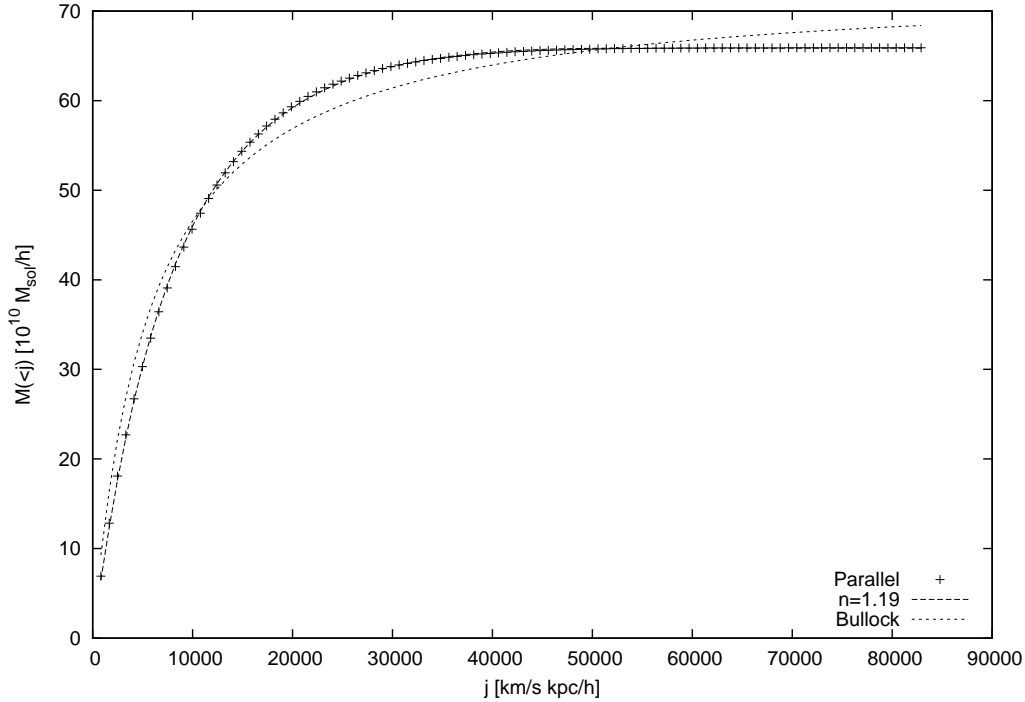
Um zu überprüfen, ob die Drehimpulsverteilung der Mikrostruktur von kosmologischen Parametern abhängig ist, wurde zuerst der nicht rotierende Hernquist-Halo betrachtet. Der Spinparameter dieses Halos wurde zu  $\lambda = 7,08 \cdot 10^{-7}$  bestimmt, was zeigt, wie exakt der Halo aufgesetzt wurde. Der Halo enthält daher nahezu gleich viele prograde und retrograde Teilchen mit  $M(j > 0)/M_{vir} = 0,50305$  bzw.  $M(j < 0)/M_{vir} = 0,49693$ . Der beste Fit mit Gl. (3.3) lieferte für die parallele und antiparallele Verteilung nahezu identische Formparameter mit entsprechenden Werten von  $n = 1,07$  und  $n = 1,06$ . Beide Verteilungen werden dabei ähnlich gut durch Gl. (3.3) beschrieben. Anschließend wurden die beiden aus Verschmelzungsprozessen hervorgegangenen Halos untersucht. Auch diese zwei Halos werden ausgezeichnet durch das Profil nach Gl. (3.3) gefittet, was zudem bedeutet, dass  $M(< j)$  nicht von der verwendeten Auflösung abhängt, die bei dieser Simulation deutlich größer war

als bei den in Box 4 (hr) betrachteten Halos. Abbildung 3.5 verdeutlicht dies noch einmal anhand eines Vergleichs mit dem Profil von B01a.

Die oben aufgeführten Ergebnisse deuten an, dass die Drehimpulsverteilung der Mikrostruktur Dunkler Materie Halos einem universellen Profil nach Gleichung (3.3) zu folgen scheint, unabhängig von der verwendeten Auflösung, den kosmologischen Parametern und dem Gasanteil eines Halos. Dieses empirisch gefundene Resultat könnte durch das von Sharma und Steinmetz (2005), im Folgenden mit SS05 bezeichnet, eingeführte Modell des „gaussian smearing of ordered velocities“ GSOV erklärt werden. Darin wird davon ausgegangen, dass sich die Geschwindigkeit eines Dunklen Materieteilchens aus einer gerichteten Geschwindigkeit  $v_o$ , welche der Kreisgeschwindigkeit um das Halozentrum entspricht, und einer isotropen Zufallsgeschwindigkeit  $v_\sigma$  zusammensetzen lässt. Für ein Teilchen gilt also  $v = v_o + v_\sigma$ . Die Komponente  $v_\sigma$  wird dabei einer Gaussverteilung entnommen, mit einer isothermen Geschwindigkeitsdispersion  $\sigma$ . Da  $\sigma$ , den Ergebnissen von SS05 zufolge, im Vergleich zu  $v_o$  für Dunkle Materie groß ist, könnte nun der Anteil der Zufallsgeschwindigkeit derart überwiegen, dass eventuell vorhandene, durch Substrukturen hervorgerufene Besonderheiten der Drehimpulsverteilung eines Halos ausgelöscht werden (Sharma and Steinmetz, 2005). Bei der Untersuchung der Mikrostruktur wird die Geschwindigkeit jedes einzelnen Teilchens betrachtet und daher ist es wahrscheinlich, dass dabei die Zufallsgeschwindigkeit dominiert, da die gerichtete Geschwindigkeit erst bei der Mittelung über mehrere Teilchen an Bedeutung gewinnt. Nimmt man nun an, dass die Zufallskomponente der Geschwindigkeit für die oben angesprochenen verschiedenen Simulationen in jedem Halo gaussverteilt ist, so könnte damit die Universalität des Profils nach Gl. (3.3) begründet werden.

### 3.1.3. Gemittelte Massenverteilung

Das Drehimpulsprofil eines Dunklen Halos lässt sich aber nicht nur durch die Drehimpulsverteilung jedes einzelnen Teilchens, sondern auch durch eine gemittelte Verteilung charakterisieren. B01a entschieden sich dazu, jeden Halo in räumliche Zellen einzuteilen und den mittleren Drehimpuls jeder Zelle zu berechnen. In dieser Arbeit wurde eine andere Mittelungstechnik verwendet, in der, im Gegensatz zu der Methode von B01a, lokale Regionen mit einer speziellen Drehimpulsverteilung nicht weggemittelt werden, solange man nicht über zu viele Teilchen mittelt. Hierzu wurde für jedes Teilchen der Abstand zu allen anderen Teilchen eines Halos berechnet, die Teilchen dann nach diesen Abständen sortiert und schließlich der Drehimpuls

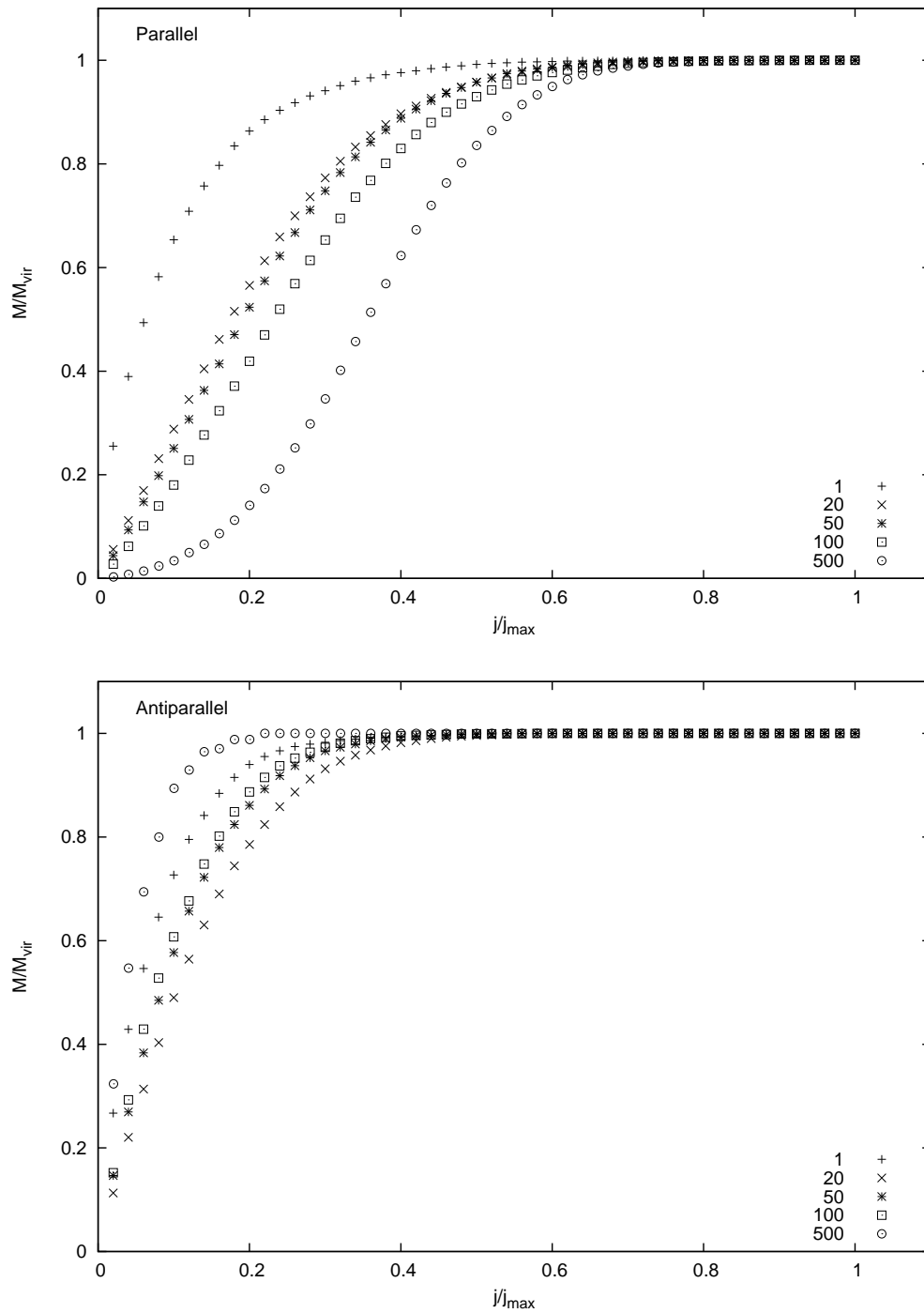


**Abb. 3.5.:** Massenverteilung  $M(< j)$  für einen aus einem Verschmelzungsprozess mit Massenverhältnis 1 : 1 hervorgegangenen Halo. Zu sehen sind die besten Fits der beiden Profile an die Messkurve (*Kreuze*). *Gepunktete Linie*: Profil von B01a (Gl. (2.20)). *Gestrichelte Linie*: Profil nach Gl. (3.3). Der Fitparameter  $n$  ist mit angegeben.

des betrachteten Teilchens durch den mittleren Drehimpuls einer gewissen Anzahl nächster Nachbarn ersetzt. Dadurch erhält man für jedes Teilchen eine geglättete Drehimpulsverteilung, die somit eher einer globalen Rotation entspricht, aber dennoch lokale Besonderheiten erhalten bleiben. Dieselbe Methode wurde auch von SS05 verwendet, um die mittlere Strömungsgeschwindigkeit der Dunkle Materie-Teilchen, welche annähernd der gerichteten Geschwindigkeit  $v_o$  entspricht, zu bestimmen. SS05 mittelten hierfür ohne Begründung immer über die 400 Nachbarn eines Teilchens, obwohl van den Bosch et al. (2002) darauf hingewiesen haben, dass für die Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit der Dunklen Materie nicht klar ist, über wie viele Teilchen gemittelt werden muss (Sharma and Steinmetz, 2005; van den Bosch et al., 2002).

Um die Veränderung der Drehimpulsverteilung genau beobachten zu können, wurden daher verschiedene Mittelungssequenzen durchgeführt, in denen die Anzahl der betrachteten Nachbarpartikel zunehmend erhöht wurde. So wurde nacheinander über 20, 50, 100 und 500 Teilchen gemittelt. Die sich damit ergebenden kumulativen

Massenverteilungen sind in Abbildung 3.6 zu sehen. Der Kurvenverlauf verändert sich besonders für die parallele Verteilung deutlich. Mittelt man über immer mehr Teilchen, so steigt der Graph für kleine  $j$  zunehmend linear an und beginnt schließlich s-förmig zu werden. Dies liegt daran, dass hohe und niedrige Drehimpulse weggemittelt werden und die Verteilung insgesamt auf einen kleineren Drehimpulsbereich eingeschränkt wird. Der Anteil antiparalleler Teilchen wird dabei stetig geringer, wobei  $M(< j)$  eine immer stärkere Krümmung zeigt und bereits für kleine  $j$  gegen die Gesamtmasse  $M(j < 0)$  konvergiert, da antiparallele Teilchen dann nur noch im Zentrum eines Halos zu finden sind, was kleinen  $j$ -Werten entspricht. Die gemessenen Verteilungen wurden wiederum mit den Profilen nach Gl. (2.20) und Gl. (3.3) gefittet. Dabei stellte sich heraus, dass spätestens ab einer Mittelungszahl von 50 Teilchen keines der beiden Profile mehr in der Lage ist, den Kurvenverlauf gut wiederzugeben. Das Profil nach Gl. (3.3) lieferte auch hierbei wieder bessere Ergebnisse als Gl. (2.20), obwohl letzteres aus gemittelten Verteilungen gewonnen wurde, wenn auch mit einer anderen Mittelungsmethode. Wie Chen et al. (2002), van den Bosch et al. (2002) und SS05 herausfanden, ist das Profil nach Gl. (2.20) aber nur dann geeignet, wenn die antiparallelen Teilchen vernachlässigt werden. Da in dieser Arbeit stets beide Verteilungen betrachtet wurden, sind die gefundenen Abweichungen durchaus nachvollziehbar.



**Abb. 3.6.:** Gemittelte Massenverteilung  $M(< j)$  der parallelen (*oben*) und antiparallelen Verteilung (*unten*) für die verschiedenen Mittelungssequenzen. Die Anzahl der nächsten Nachbarn, über welche gemittelt wurde, ist neben den Symbolen angegeben. Der Drehimpuls wurde mit dem maximalen Drehimpuls  $j_{\text{max}}$  normiert.

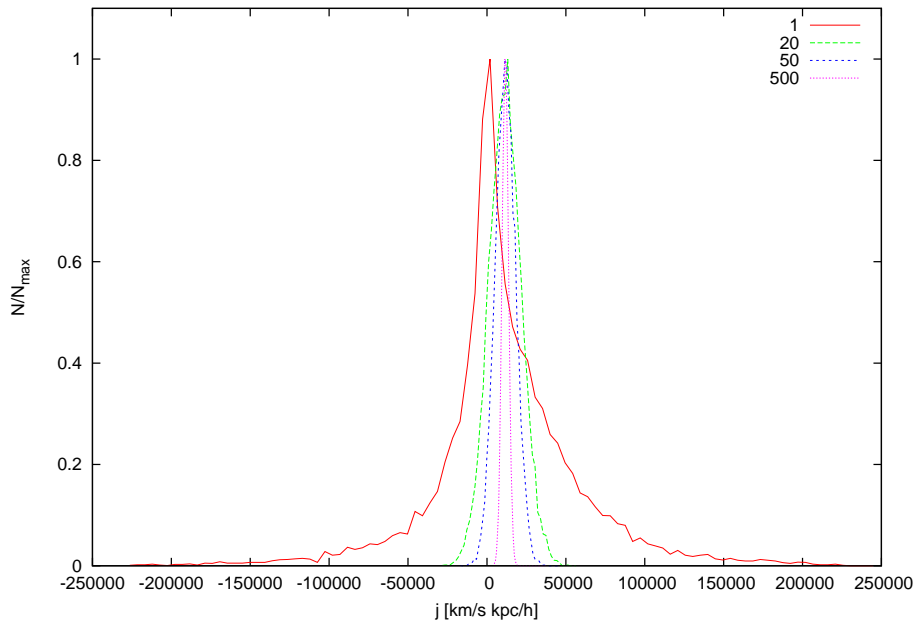
## 3.2. Drehimpulshistogramme

### 3.2.1. Abhängigkeit von der Mittelungszahl

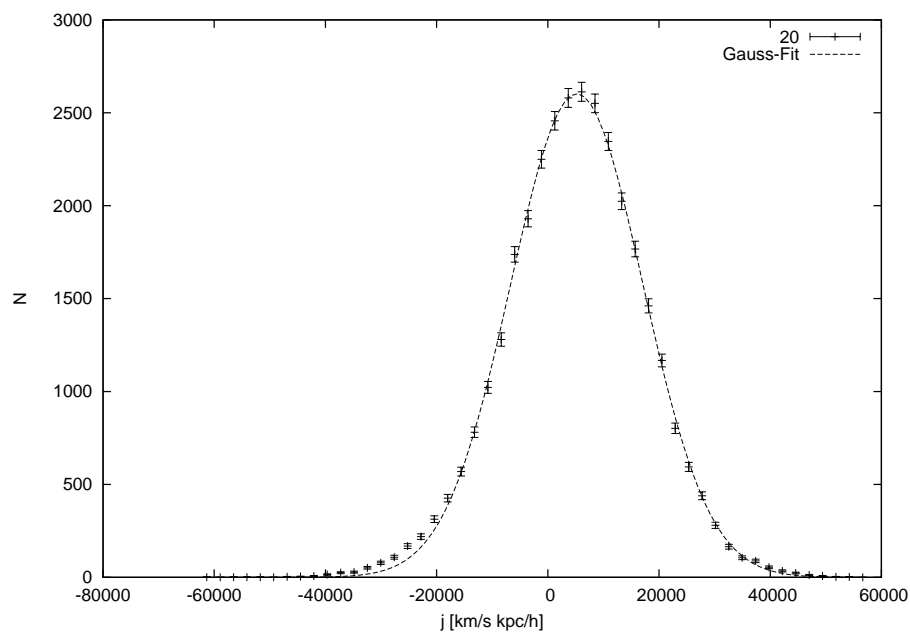
Um auch statistische Aussagen über die Drehimpulsverteilung Dunkler Halos treffen zu können, wurde für die verschiedenen Mittelungssequenzen zudem die Häufigkeitsverteilung des Drehimpulses in einem Histogramm ausgegeben. Dafür wurden die Beträge des spezifischen Drehimpulses für die antiparallelen Teilchen mit einem negativen Vorzeichen versehen und die Anzahl der Teilchen mit einem spezifischen Drehimpuls  $j$  innerhalb eines Intervalls  $\Delta j$  gezählt. Die so erhaltenen Histogramme sind in Abbildung 3.7 für einen ausgewählten Halo zu erkennen. Die Histogramme für Einzelteilchen sowie für Mittelungszahlen von 20, 50 und 500 Teilchen sind dabei in unterschiedlichen Farben eingezeichnet. Die Form der Verteilungen stimmt gut mit den von van den Bosch et al. (2002) und SS05 gefundenen überein. Man sieht, dass sich die Verteilung bereits bei einer kleinen Mittelungszahl von 20 Teilchen stark verändert und sich der Peak der Verteilung sofort auf den mittleren Drehimpuls des Halos einstellt und diese Position auch für größere Mittelungszahlen beibehält. Die spezielle Form des Histogramms für Einzelteilchen, welches einen spitzen Peak nahe Null besitzt und sich weit in positive und negative  $j$ -Bereiche ausdehnt, scheint eine Eigenheit der Mikrostruktur zu sein. Mittelt man hingegen über immer mehr Nachbarteilchen, so werden extreme Drehimpulse weggemittelt und die Verteilung wird zunehmend schmaler, ohne dabei noch wesentlich ihre Form zu ändern. Ab einer gewissen Mittelungszahl enthält das Histogramm schließlich nur noch Teilchen mit positivem Drehimpuls.

Es stellte sich heraus, dass die gemittelte Verteilung näherungsweise einer Gaussverteilung folgt. Abbildung 3.8 zeigt die über 20 Nachbarn gemittelte Drehimpulsverteilung zusammen mit einer Gaussverteilung, die an die Kurve gefittet wurde. Abgesehen von geringen Abweichungen im negativen Teil liegt die Fitkurve meist innerhalb der Fehlerbalken, welche den  $\sqrt{N}$ -Fehler der Poissonzählstatistik berücksichtigen. Das von SS05 vorgeschlagene GSOV-Modell wird daher von den gefundenen Drehimpulshistogrammen bestätigt. In diesem Bild entspricht der Anteil an antiparallelen Teilchen dann der Wahrscheinlichkeit, dass  $j$  kleiner Null ist. SS05 haben zudem ein auf einer Gammaverteilung beruhendes Profil eingeführt, welches den positiven Teil der Histogramme beschreiben soll (Sharma and Steinmetz, 2005). Dies konnte aber aus Zeitgründen nicht mehr getestet werden.





**Abb. 3.7.:** Drehimpulshistogramme eines ausgewählten Halos für die verschiedenen Mittelungssequenzen. Die Anzahl der nächsten Nachbarn, über welche gemittelt wurde, ist neben den Symbolen angegeben. Die Häufigkeit  $N$  der innerhalb  $\Delta j$  gezählten Teilchen wurde mit dem maximalen Wert  $N_{\text{max}}$  normiert.



**Abb. 3.8.:** Gauss-Fit an die für eine Mittelungszahl von 20 Teilchen gemessene Häufigkeitsverteilung des Drehimpulses. Die Fehlerbalken entsprechen dem  $\sqrt{N}$ -Fehler der Poissonzählstatistik.

### 3.2.2. Momente der Drehimpulsverteilung

Will man die Drehimpulshistogramme statistisch genauer charakterisieren, ist es erforderlich, die Momente der Verteilungen zu berechnen. Diese geben zudem Aufschluss darüber, wie groß die tatsächlichen Abweichungen zu einer Gaussverteilung sind. Hierzu wurde für jeden Halo Mittelwert, Standardabweichung sowie Schiefe („skewness“) und Wölbung („kurtosis“) der Drehimpulsverteilung wie folgt berechnet:

$$\langle j \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N_{bin}} h_i j_i, \quad (3.5)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N_{bin}} h_i (j_i - \langle j \rangle)^2}, \quad (3.6)$$

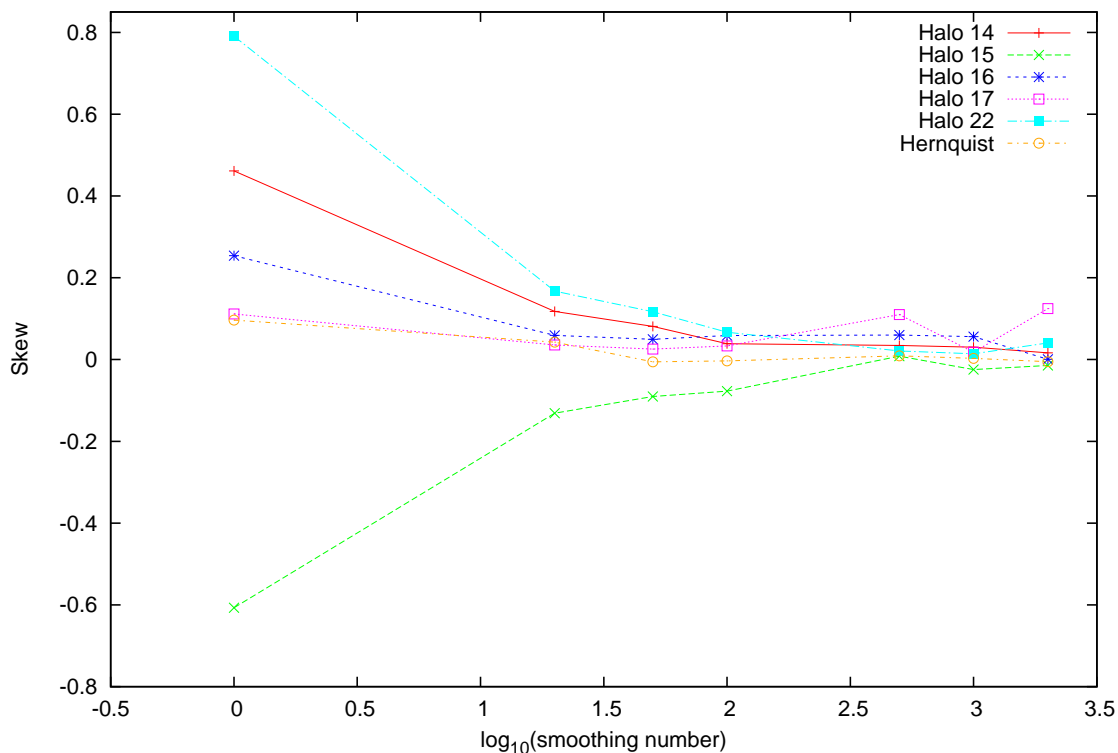
$$Skew = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N_{bin}} \frac{h_i (j_i - \langle j \rangle)^3}{\sigma^3}, \quad (3.7)$$

$$Kurt = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N_{bin}} \frac{h_i (j_i - \langle j \rangle)^4}{\sigma^4} - 3. \quad (3.8)$$

Dabei bezeichnet  $N$  die Gesamtteilchenzahl,  $N_{bin}$  die Anzahl der Intervalle  $\Delta j$  und  $h_i$  die Häufigkeit des Merkmals  $j_i$ . Der Mittelwert entspricht der Position des Peaks der Verteilung und ist wie zu erwarten linear mit dem Spinparameter korreliert. Die zugehörige Abbildung ist in Anhang A enthalten.

Für fünf typische Halos und den nicht rotierenden Hernquist-Halo wurden nun Mittelungssequenzen über 20, 50, 100, 500, 1000 und 2000 Nachbarpartikel durchgeführt und jeweils die Momente berechnet. Die Standardabweichung nimmt dabei als Maß für die Breite des Peaks mit größerer Mittelungszahl ab. Wie sich Schiefe und Wölbung in Abhängigkeit der Mittelungszahl verändern, zeigen die Abbildungen 3.9 und 3.10. Als x-Achse ist hierbei der Zehnerlogarithmus der Mittelungszahl aufgetragen. Vier der fünf Halos aus Box 4 (hr) zeigen eine rechtsschiefe Verteilung, was wahrscheinlich den größeren Anteil von Teilchen mit positivem  $j$  widerspiegelt. Außerdem ist die Verteilung der Mikrostruktur für alle betrachteten Halos

leptokurtisch, also spitzer als eine Gaussverteilung. Erst für große Mittelungszahlen ergeben sich auch schwach platykurtische Verteilungen. Insgesamt nähern sich Schiefe und Wölbung für größere Mittelungszahlen aber dem Wert Null, was einer Gaussverteilung entspricht. Der Hernquist-Halo zeichnet sich hingegen durch eine sehr symmetrische Verteilung mit geringer Schiefe aus, was angesichts der in nahezu gleicher Anzahl vorhandenen parallelen und antiparallelen Teilchen zu erwarten ist. Allerdings besitzt die Verteilung den mit Abstand größten Wert für die Wölbung. Ob dies eine spezielle Eigenschaft nicht rotierender Systeme ist, kann nur durch die Analyse weiterer Hernquist-Halos verifiziert werden.



**Abb. 3.9.:** Schiefe in Abhängigkeit der Mittelungszahl („smoothing number“) für fünf ausgewählte Halos und einen nicht rotierenden Hernquist-Halo.

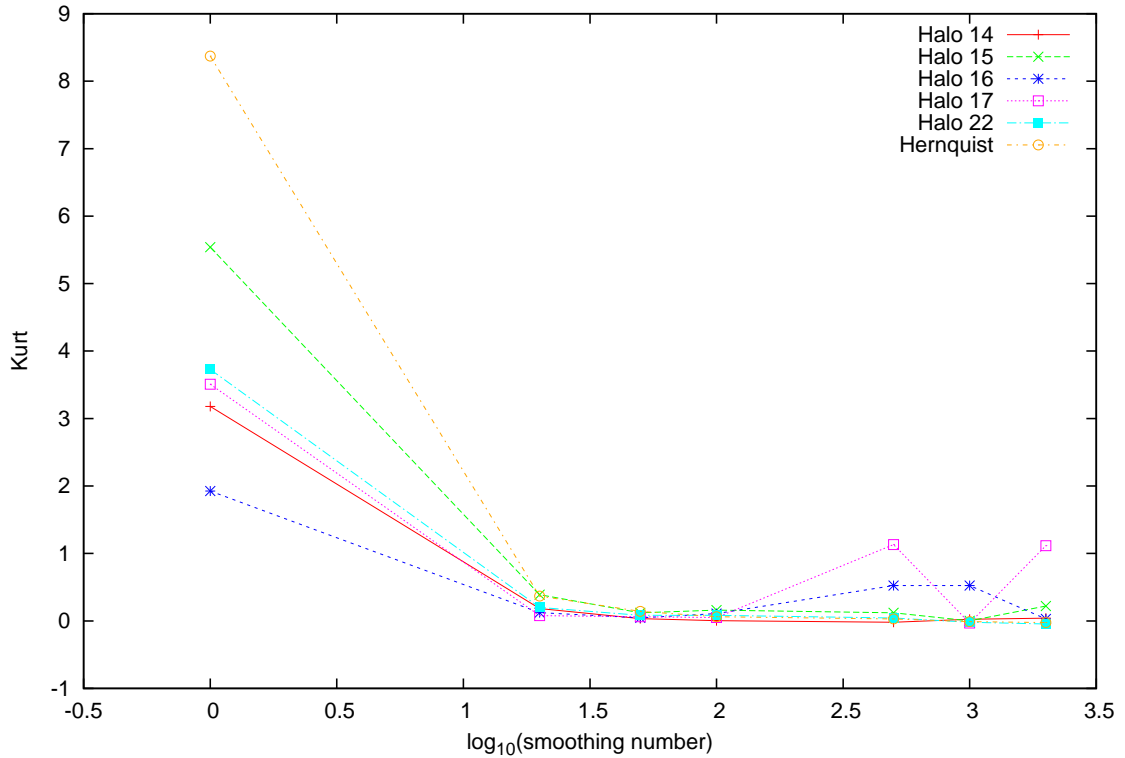
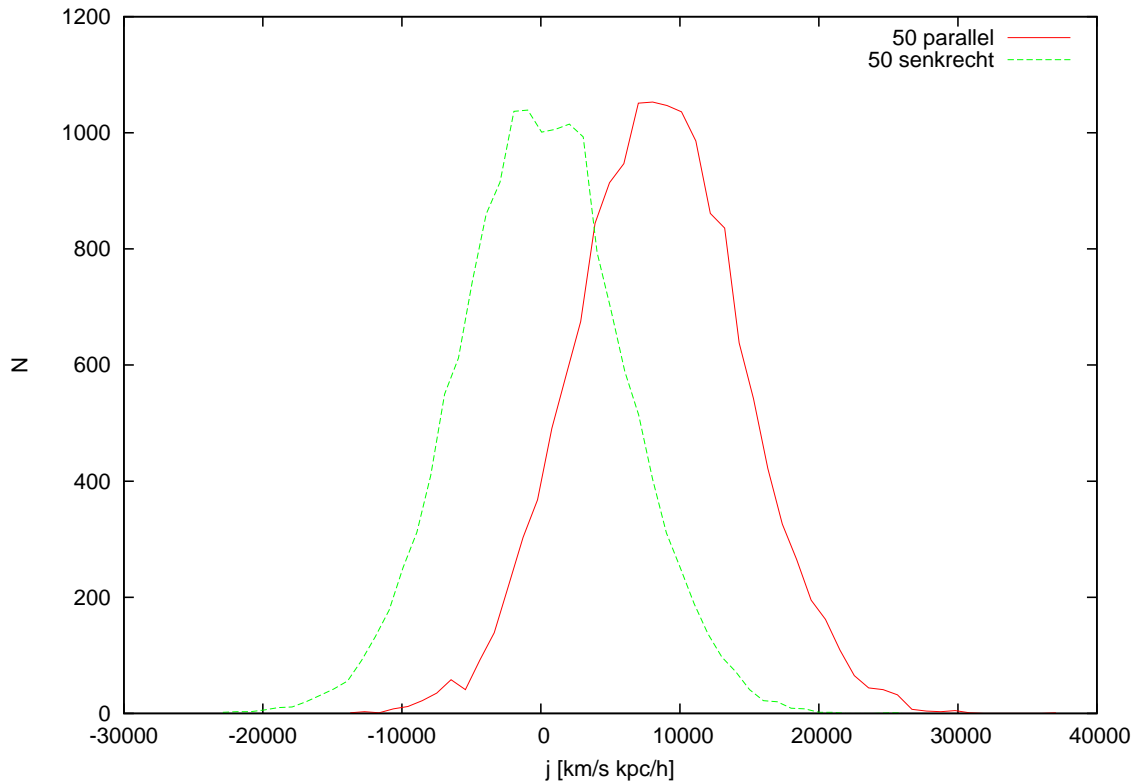


Abb. 3.10.: Wölbung in Abhängigkeit der Mittelungszahl („smoothing number“) für fünf ausgewählte Halos und einen nicht rotierenden Hernquist-Halo.

### 3.2.3. Variation der Referenzachse

Bei allen bisherigen Untersuchungen wurde stets der auf den Gesamtdrehimpuls  $\vec{J}$  projizierte Drehimpuls betrachtet. In diesem Abschnitt wird gezeigt, wie sich die Drehimpulsverteilungen ändern, wenn man anstatt dieser Hauptdrehrichtung eine dazu senkrechte Achse als Referenzachse wählt. Hierzu wurde für dieselben Halos aus dem vorherigen Unterkapitel jeweils ein Teilchen gesucht, dessen Drehimpuls senkrecht auf  $\vec{J}$  steht und anschließend der Drehimpuls aller Teilchen auf diesen Vektor  $\vec{J}_\perp$  projiziert. Die mit dieser Bezugsachse bestimmte Häufigkeitsverteilung ist für einen der Halos mit einer Mittelungszahl von 50 Teilchen in Abbildung 3.11 als grüne Kurve zu sehen. Rot eingezeichnet ist als Vergleich die für die Hauptdrehachse gemessene Verteilung. Es ist deutlich zu erkennen, dass sich die Drehimpulsverteilung in ihrer funktionalen Form nicht wesentlich verändert hat und immer noch gaussverteilt ist. Einzig der Peak der Verteilung hat sich verschoben und liegt nun, wie bei einem nicht rotierenden System, nahe dem Wert Null. Dies ist dadurch zu er-

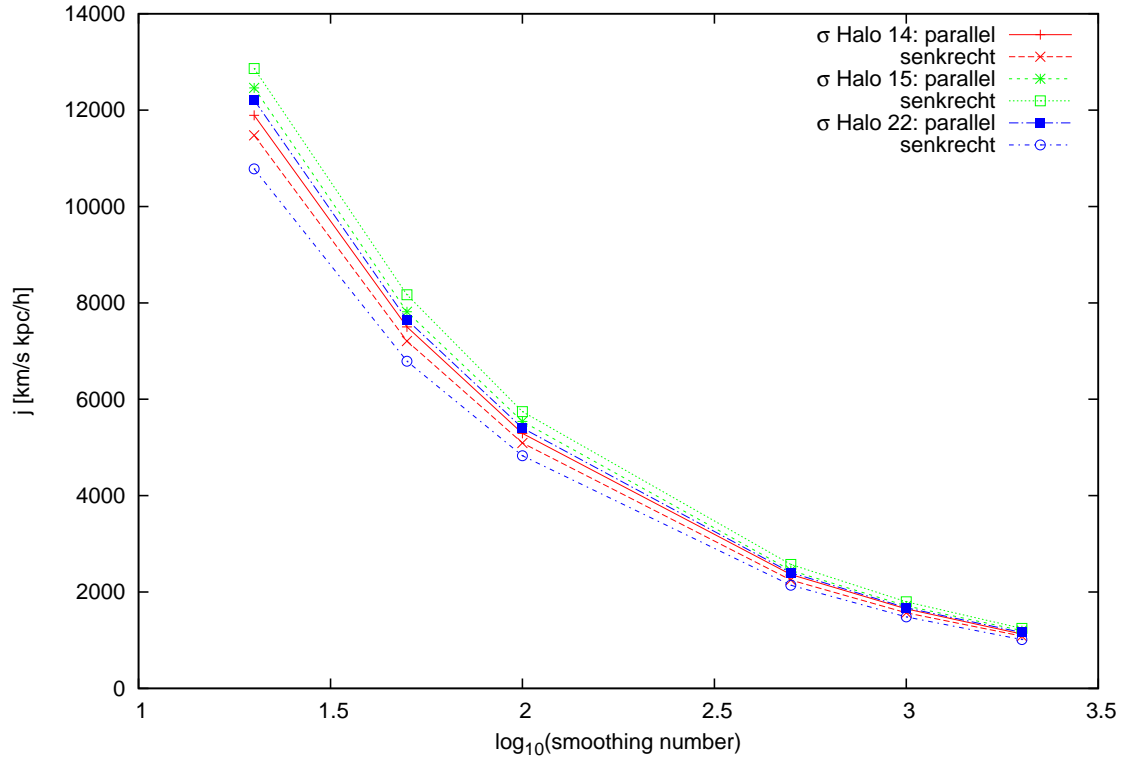
klären, dass bezüglich  $\vec{J}_\perp$  im Mittel genauso viele parallele wie antiparallele Teilchen in einem Halo enthalten sind. Die Auswirkungen auf die Massenverteilung sowie ein entsprechendes Histogramm der Mikrostruktur befinden sich in Anhang A.



**Abb. 3.11.:** Histogramm der über 50 Teilchen gemittelten Drehimpulsverteilung von Halo 16 für verschiedene Referenzachsen. *Rot:* Referenzachse  $\vec{J}$ . *Grün:* Referenzachse  $\vec{J}_\perp$ .

Abbildung 3.12 zeigt einen Vergleich der jeweiligen Standardabweichung  $\sigma$  für drei weitere Halos in Abhängigkeit der Mittelungszahl. Die für  $\vec{J}$  und  $\vec{J}_\perp$  bestimmten Werte eines Halos sind dabei gleich eingefärbt, aber mit unterschiedlichen Symbolen versehen. Für kleine Mittelungszahlen sind die Breiten der Peaks leicht unterschiedlich, für große werden die Abweichungen jedoch vernachlässigbar klein. Schiefe und Wölbung zeigen hingegen für kleine Mittelungszahlen mitunter sehr unterschiedliche Werte für  $\vec{J}$  und  $\vec{J}_\perp$ , wie in Abbildung 3.13 zu erkennen ist. Mittelt man über immer mehr Teilchen, werden die Werte aber zunehmend ähnlicher, womit die Gaussverteilung auch für  $\vec{J}_\perp$  charakteristisch ist.

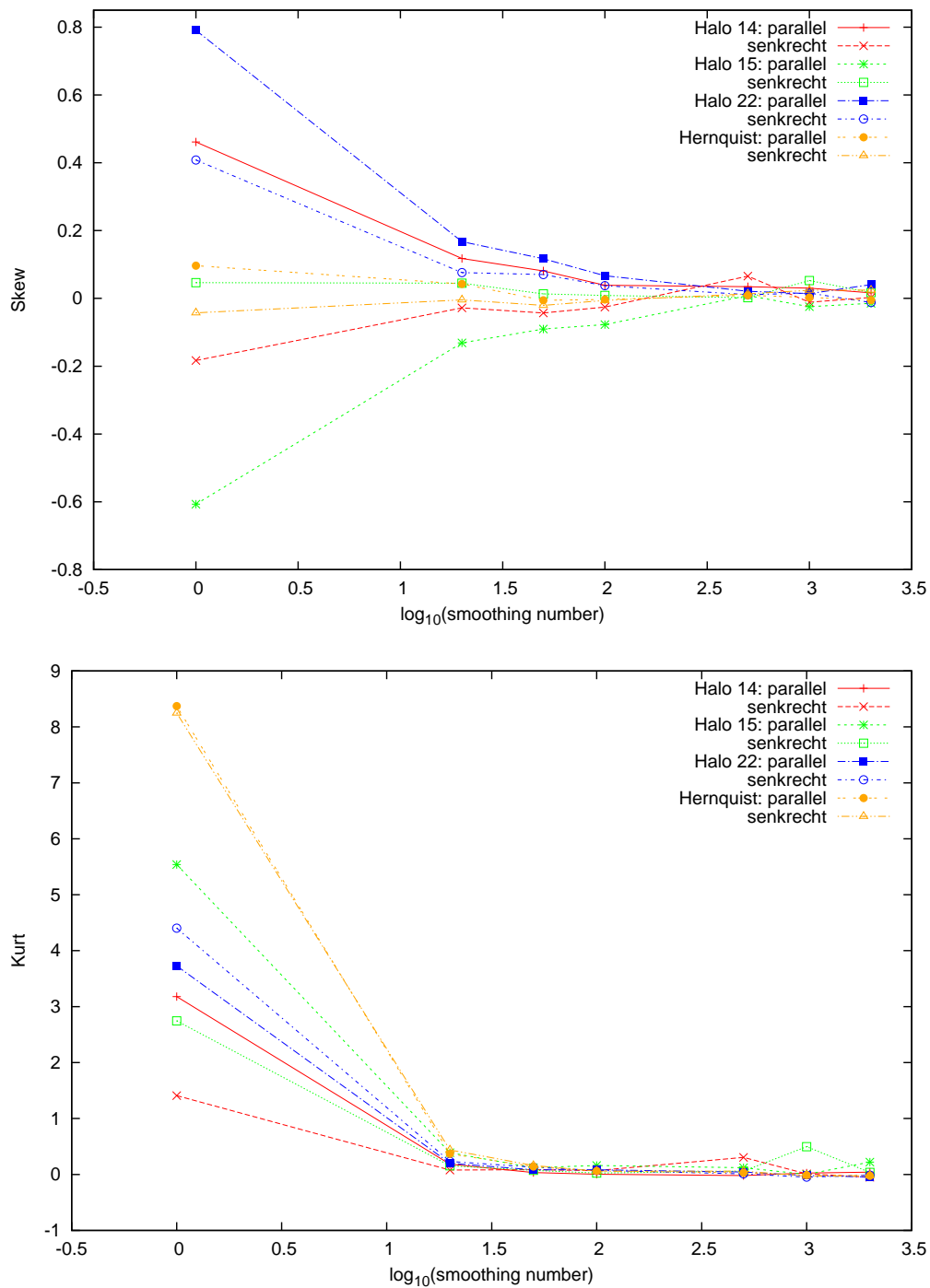
Wie für einen nicht rotierenden Halo zu erwarten, hat die Änderung der Referenzachse wenig Einfluss auf die Drehimpulsverteilung des Hernquist-Halos. Für eine



**Abb. 3.12.:** Standardabweichung  $\sigma$  in Abhängigkeit der Mittelungszahl („smoothing number“) für die verschiedenen Referenzachsen  $\vec{J}$  und  $\vec{J}_\perp$ . Eine Farbe ist den jeweiligen Werten eines Halos zugeordnet.

Mittelungszahl von 50 Nachbarpartikeln liegen die Gaussverteilungen für  $\vec{J}$  und  $\vec{J}_\perp$  nahezu deckungsgleich übereinander. Die entsprechende Abbildung ist in Anhang A enthalten. Die Werte für Schiefe und Wölbung unterscheiden sich im Vergleich zu den anderen Halos aus Box 4 (hr) ebenfalls nur geringfügig.

Diese Ergebnisse belegen, dass die Form der Drehimpulsverteilung eines Dunklen Halos nahezu unabhängig von der gewählten Bezugsachse ist. Betrachtet man gemittelte Drehimpulse, so werden die Histogramme sowohl für die Hauptdrehachse  $\vec{J}$  als auch für eine senkrechte Referenzachse  $\vec{J}_\perp$  näherungsweise durch eine Gaussverteilung beschrieben, was einer zufälligen Verteilung des Drehimpulses entspricht.



**Abb. 3.13.:** Schiefe und Wölbung in Abhängigkeit der Mittelungszahl und Referenzachse für drei ausgewählte Halos und einen nicht rotierenden Hernquist-Halo. *Oben:* Schiefe für  $\vec{J}$  und für  $\vec{J}_\perp$ . *Unten:* Wölbung für  $\vec{J}$  und für  $\vec{J}_\perp$ . Eine Farbe ist den jeweiligen Werten eines Halos zugeordnet.

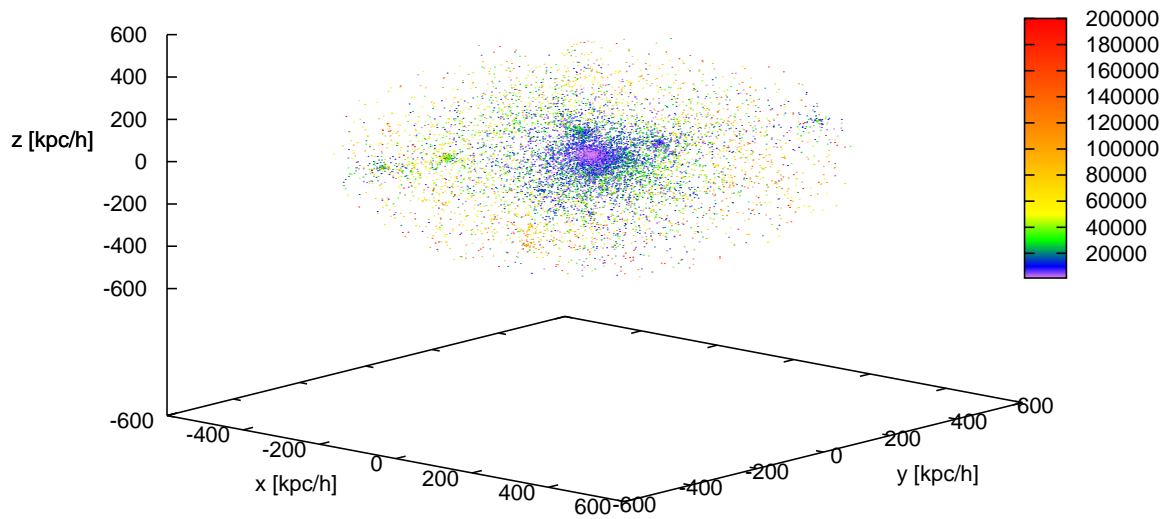
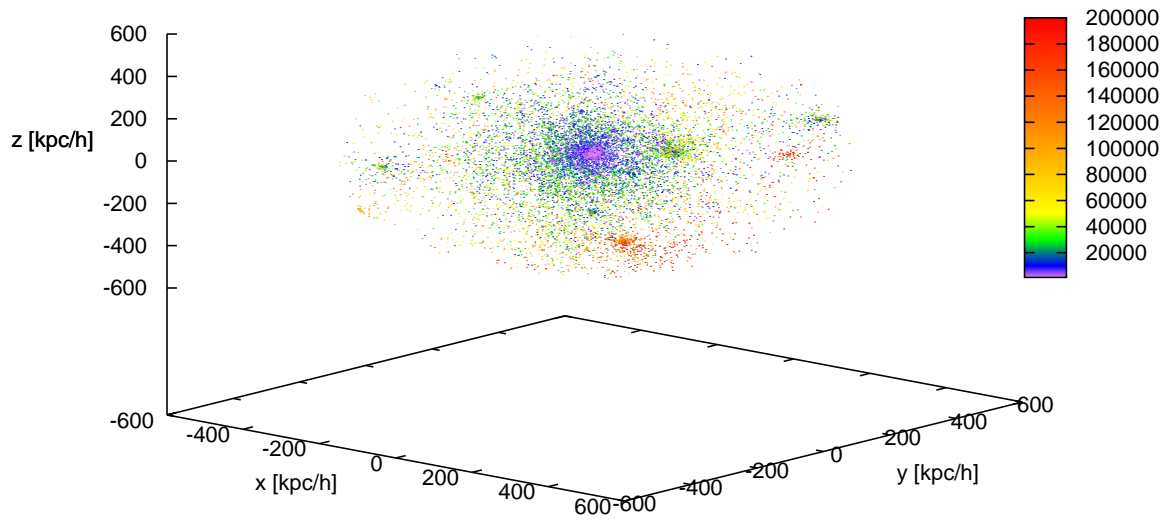
## 4. Räumliche Verteilung des Drehimpulses

Das letzte Kapitel dieser Arbeit handelt von der räumlichen Verteilung des Drehimpulses und seiner Verbindung zu galaktischen Scheiben. Im ersten Unterkapitel wird gezeigt, wo sich parallele und antiparallele Teilchen typischerweise in einem Halo befinden. Darauf folgend werden die über Kugelschalen gemittelten Profile des Drehimpulses präsentiert. Abgeschlossen wird das Kapitel durch einen Vergleich drehimpulsspezifischer Größen eines Dunklen Halos und der in diesen eingebetteten Scheibengalaxie.

### 4.1. Die dreidimensionale Verteilung des Drehimpulses

Wie in den obigen Abschnitten mehrfach erwähnt wurde, besitzt ein Dunkle Materie Halo in der Regel einen beträchtlichen Anteil an Masse mit negativem Drehimpuls. Will man nun die innere Struktur eines Halos verstehen, muss daher geklärt werden, wie die prograde und retrograde Materie räumlich verteilt ist. Abbildung 4.1 zeigt die dreidimensionale Verteilung der parallelen und antiparallelen Einzelteilchen eines beispielhaften Halos für einen bestimmten Blickwinkel. Die Teilchen wurden dabei entsprechend ihres Drehimpulsbetrags eingefärbt, wobei auf die Hauptdrehrichtung projiziert wurde. Man sieht, dass parallele und antiparallele Teilchen auf großen Skalen nahezu gleich verteilt sind und jeweils wie ein eigenständiger Halo erscheinen. In beiden Ausschnitten sind zudem Subhalos zu erkennen, die eine bevorzugte Drehrichtung besitzen und überwiegend aus Teilchen mit einer Drehimpulsrichtung bestehen. Außerdem ist anhand der Farbcodierung zu erkennen, dass der Betrag des Drehimpulses im Kern am kleinsten ist und nach außen hin immer mehr zunimmt, worauf im nächsten Unterkapitel genauer eingegangen wird.

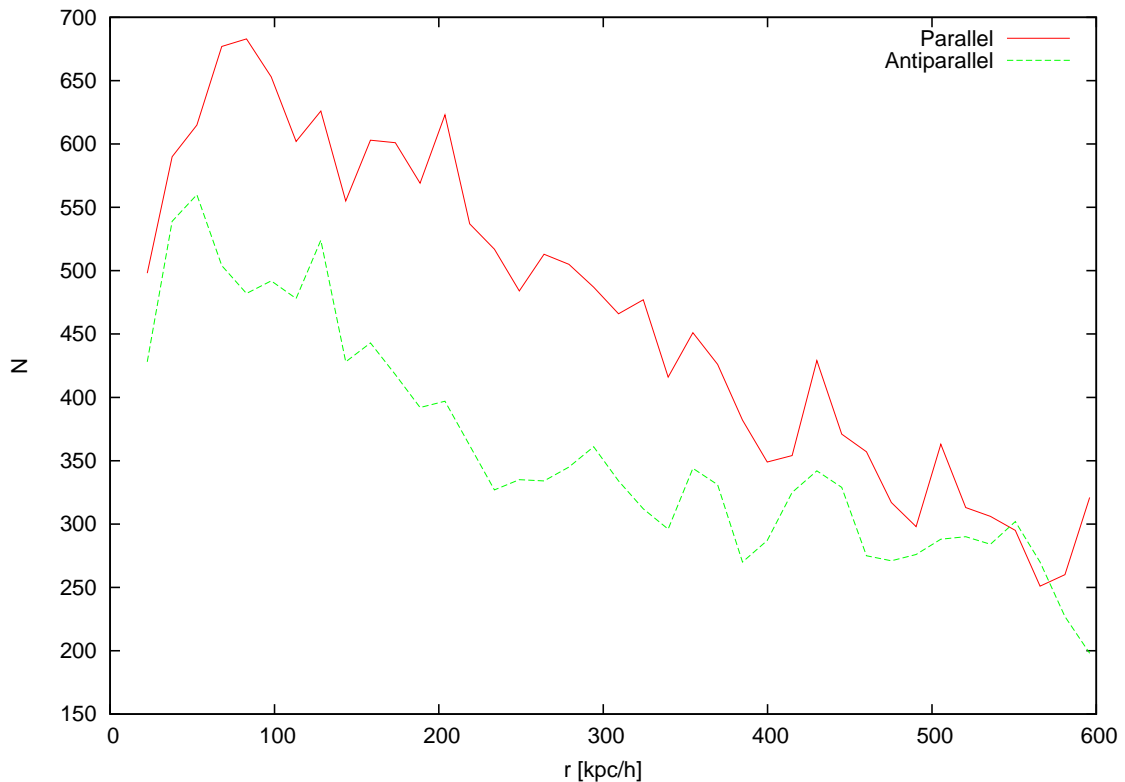




**Abb. 4.1.:** Dreidimensionale Verteilung der Einzelteilchen eines typischen Halos für einen festgelegten Blickwinkel. Die Farbcodierung berücksichtigt den Betrag von  $j$  [ $\text{km/s kpc/h}$ ]. *Oben:* Parallele Teilchen. *Unten:* Antiparallele Teilchen.

## 4.2. Drehimpulsprofile in Kugelschalen

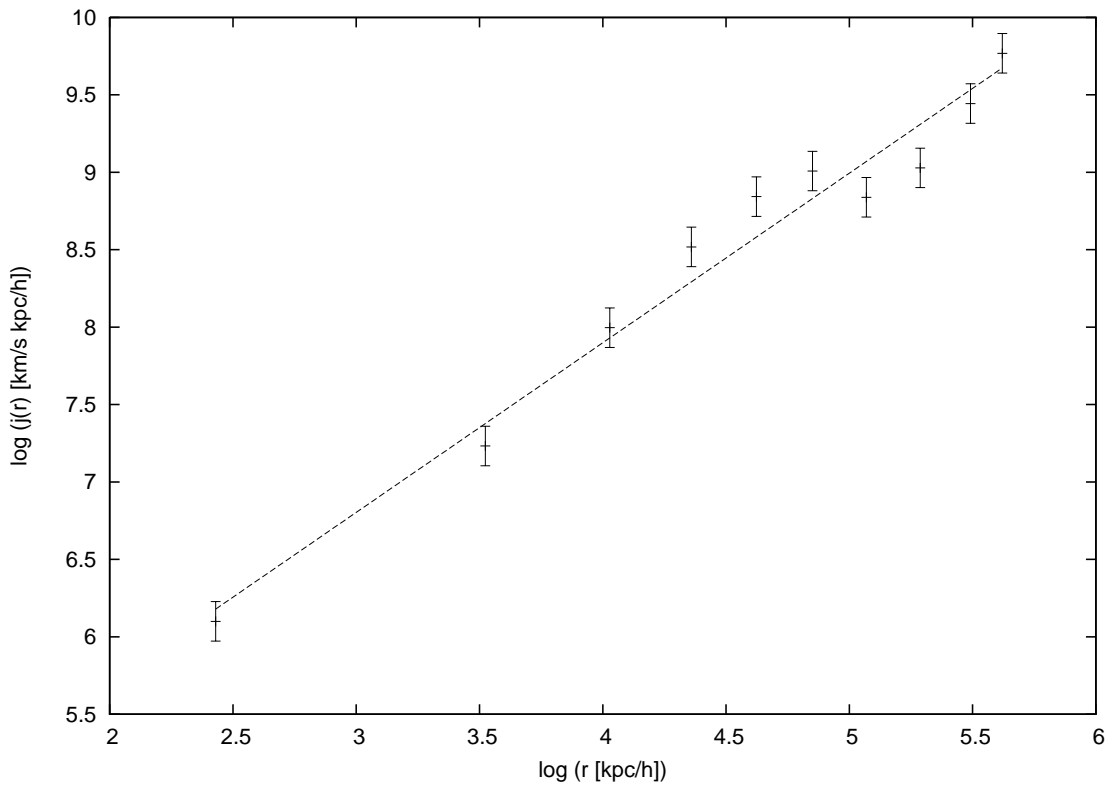
Darüber hinaus wurde die radiale Materie- und Drehimpulsverteilung untersucht. Dazu wurden zunächst jeweils die parallelen und antiparallelen Teilchen innerhalb Kugelschalen mit Radius  $r$  und  $r + \Delta r$  gezählt und die Anzahl gegen  $r$  aufgetragen. Dies ist für einen repräsentativen Halo in Abbildung 4.2 zu sehen. Die Bereiche innerhalb von  $20kpc/h$  wurden dabei nicht berücksichtigt. Die verschiedenen Peaks der Kurven zeigen dabei die radiale Position der größeren Subhalos an, wobei die Maxima der antiparallelen Teilchen meist mit denen der parallelen zusammenfallen. Für große  $r$  nimmt die Teilchenzahl bis zum Virialradius erwartungsgemäß immer mehr ab. Die Grafik verdeutlicht zudem noch einmal, dass Teilchen mit negativem Drehimpuls im gesamten Halovolumen zu finden sind, im Einklang mit den Ergebnissen von Chen et al. (2002).



**Abb. 4.2.:** Anzahl  $N$  der innerhalb  $r$  und  $r + \Delta r$  gezählten Teilchen in Abhängigkeit des Abstands zum Halozentrum. *Rot*: Parallele Teilchen. *Grün*: Antiparallele Teilchen.

Um zu verstehen, wie sich der Drehimpuls gemittelt über Kugelschalen als Funktion des Radius verhält, wurden erst alle Teilchen eines Halos nach Abständen zum

Halozentrum sortiert und dann der mittlere Drehimpuls innerhalb  $r$  und  $r + \Delta r$  gemessen. Dies wurde für den auf die Hauptdrehachse projizierten Drehimpuls und für den nicht projizierten Drehimpuls durchgeführt. In diesem Abschnitt bezeichnet  $j$  den nicht projizierten und  $j_p$  den projizierten Drehimpulsbetrag. Aufgrund der großen Geschwindigkeitsdispersion und den vorhandenen Substrukturen wurde dabei je nach Teilchenzahl eines Halos über 500 bis einige tausend Teilchen innerhalb einer Kugelschale gemittelt, da die starke Streuung der einzelnen Messpunkte für kleinere Mittelungszahlen keine sinnvollen Aussagen über den radialen Verlauf zuließen. Doch auch für große Mittelungszahlen zeigten die radialen Profile der untersuchten Halos mitunter eine starke Streuung, einige Halos konnten daher nicht berücksichtigt werden. Für das radiale Drehimpulsprofil wurde ein Potenzgesetz angenommen, die Messwerte logarithmisch aufgetragen und anschließend die Steigung des dann annähernd linearen Verlaufs der Messwerte bestimmt. Dies ist in Abbildung 4.3 für einen der 104 analysierten Halos zu sehen. Es ist deutlich zu erkennen, dass die Streuung der Werte immer noch sehr groß ist.



**Abb. 4.3.:** Über Kugelschalen gemittelter Drehimpuls als Funktion des Radius mit logarithmischen Achsen. Der lineare Fit an die Messpunkte ist zusammen mit Fehlerbalken nach Gl. (4.1) eingezeichnet.

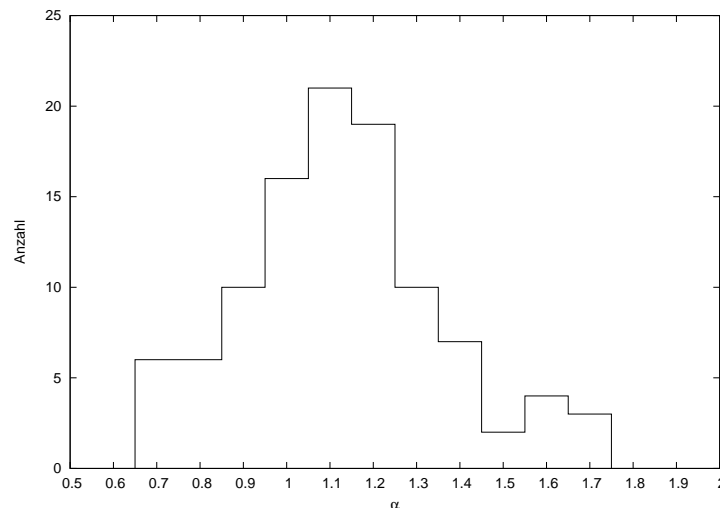
Die Fehlerbalken wurden hierzu mit der von B01a eingeführten Abschätzung der Standardabweichung  $\sigma_j$  für eine Stichprobe von  $N$  Teilchen innerhalb eines Messintervalls berechnet:

$$\sigma_j = j\sqrt{1/N + 1/(25\lambda^2 N)}. \quad (4.1)$$

Darin ist  $j$  der im Messintervall bestimmte mittlere Drehimpuls. Der erste Term unter der Wurzel berücksichtigt die Poissonzählstatistik, der zweite Term die Geschwindigkeitsdispersion. Ein Histogramm der bestimmten Steigungen zeigt Abbildung 4.4. Die Steigungen sind näherungsweise um einen Mittelwert gaussverteilt. Für das radiale Drehimpulsprofil ergibt sich damit:

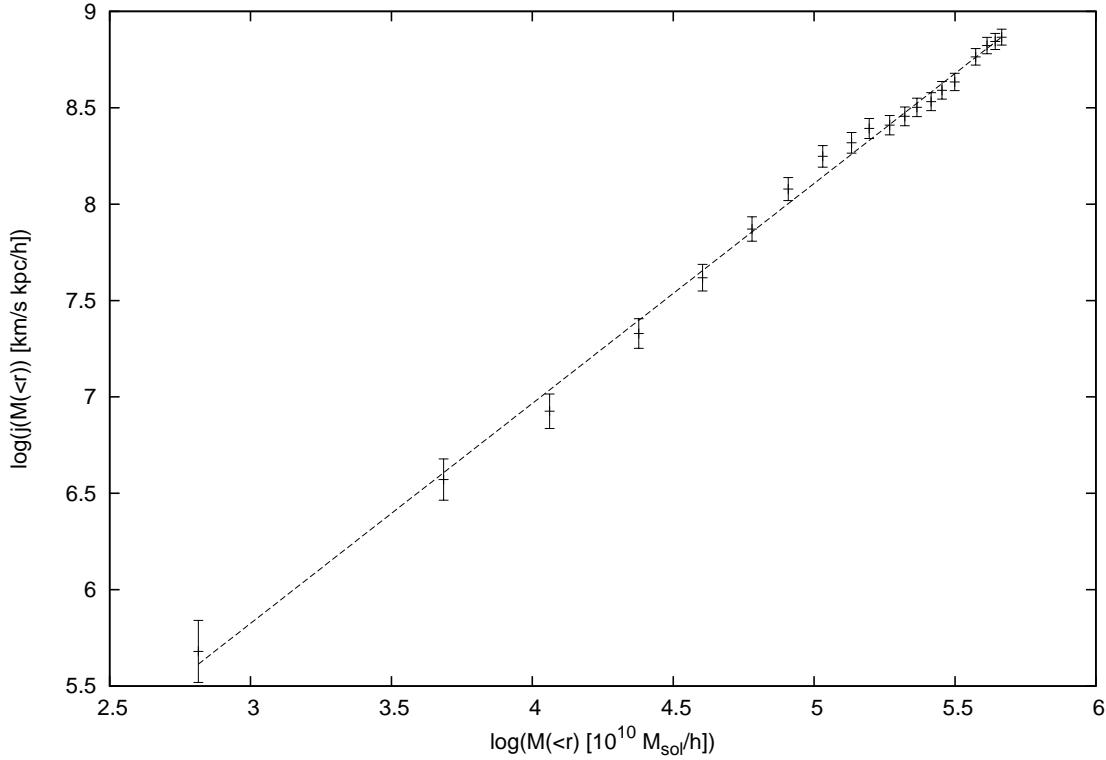
$$j(r) \propto r^\alpha, \quad (4.2)$$

mit  $\alpha = 1,1 \pm 0,2$ . Der Drehimpuls steigt also nahezu linear mit dem Radius an. Dies stimmt gut mit den Ergebnissen von B01a überein, wobei diese denselben Exponenten jedoch für  $j_p$  erhielten. Die Analyse derselben Halos ergab aber, dass die Exponenten für  $j_p$  sehr viel stärker streuen als für  $j$ . Dies liegt sehr wahrscheinlich daran, dass es sich dabei um eine projizierte Größe handelt und daher der Drehimpulsbetrag  $j_p$  für Teilchen, die nur schwach relativ zur Hauptdrehachse ausgerichtet sind, stärker variiert als der zugehörige Wert für  $j$ . Ein Histogramm der Exponenten von  $j_p$  befindet sich in Anhang B.



**Abb. 4.4.:** Histogramm der Exponenten  $\alpha$  aus  $j(r) \propto r^\alpha$  des über Kugelschalen gemittelten Drehimpulses für 104 Halos.

Dem Vorgehen in B01a folgend wurde außerdem der über Kugelschalen gemittelte Drehimpuls in Abhängigkeit von der innerhalb  $r$  eingeschlossenen Masse  $M = M(< r)$  untersucht. Dafür wurde ebenfalls ein Potenzgesetz angenommen und in gleicher Weise wie oben beschrieben der Exponent bestimmt. Abbildung 4.5 zeigt einen linearen Fit zusammen mit den Messwerten eines der 92 analysierten Halos.

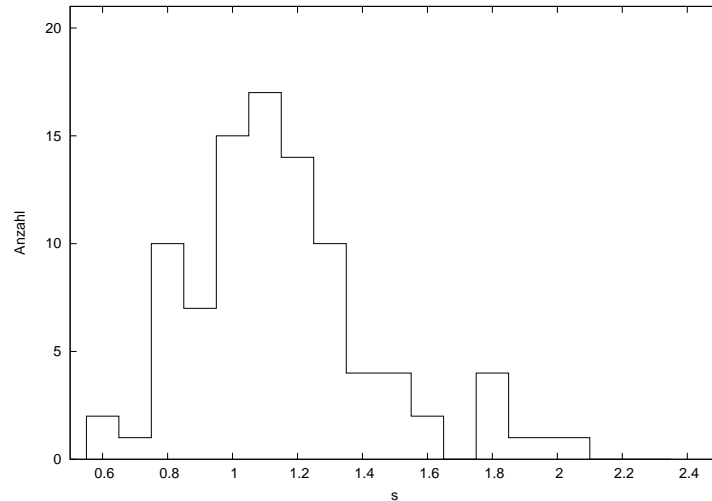


**Abb. 4.5.:** Über Kugelschalen gemittelter Drehimpuls als Funktion der in  $r$  eingeschlossenen Masse mit logarithmischen Achsen. Der lineare Fit an die Messpunkte ist zusammen mit Fehlerbalken nach Gl. (4.1) eingezeichnet.

Aus der Verteilung der Exponenten ergibt sich:

$$j(M) \propto M^s, \quad (4.3)$$

mit  $s = 1,1 \pm 0,3$ . Das zugehörige Histogramm zeigt Abbildung 4.6. Der Exponent unterscheidet sich damit leicht von dem Wert für  $j_p(M)$  von B01a, die  $s = 1,3 \pm 0,3$  fanden, liegt aber innerhalb der Fehlergrenzen. Die Messung der Exponenten für den projizierten Drehimpuls  $j_p(M)$  ergab wie für  $j_p(r)$  eine deutlich breitere Verteilung. Die entsprechenden Ergebnisse enthält Anhang B.



**Abb. 4.6.:** Histogramm der Exponenten  $s$  aus  $j(M) \propto M^s$  des über Kugelschalen gemittelten Drehimpulses für 92 Halos.

### 4.3. Vergleich mit galaktischen Scheiben

Im letzten Abschnitt dieser Arbeit wird gezeigt, wie eng die drehimpulsspezifischen Größen eines Halos und des in diesem enthaltenen Gases tatsächlich miteinander verknüpft sind und welche Oberflächendichte sich für eine galaktische Scheibe im Rahmen der in Unterkapitel 2.4 vorgestellten Standardtheorie aus der Drehimpulsverteilung eines Dunklen Halos ableiten lässt. Dazu wurde unter anderem der von Felix Schulze in seiner Bachelorarbeit bei einer Rotverschiebung von  $z = 1,04$  gefundene Halo 213, welcher eine ausgedehnte Scheibengalaxie enthält, eingehend analysiert. Die Scheibe entstand dabei unmittelbar nach einem Verschmelzungsprozess zweier ähnlich massereicher Halos. Zunächst wurde die Drehimpulsverteilung des so gebildeten Halos untersucht, das heißt die Massenverteilung des Drehimpulses und die statistischen Momente bestimmt. Dabei konnten keine Besonderheiten festgestellt werden. So besitzt der Halo einen Spinparameter von  $\lambda = 0,064$  und einen Massenanteil an retrograden Teilchen von 35%. Die Mikrostruktur der Massenverteilung  $M(< j)$  wird hervorragend durch das Profil nach Gl. (3.3) beschrieben, mit Formparametern von  $n = 1,16$  für die parallelen und  $n = 1,05$  für die antiparallelen Teilchen. Dies zeigt zudem, dass das Profil nicht von der Rotverschiebung und der im Halo eingebetteten Scheibe abhängt. Auch die statistischen Momente der Drehimpulsverteilung unterscheiden sich nicht wesentlich von den für andere Halos gefundenen Werten.

Des Weiteren wurde in Zusammenarbeit mit Felix Schulze überprüft, ob die Halodrehachse mit der des Gases in der Scheibe übereinstimmt. Hierzu wurde für Halo 213 und zwei weitere Halos, welche ebenfalls Scheibengalaxien bei derselben Rotverschiebung besitzen, jeweils der Winkel zwischen dem Gesamtdrehimpuls  $\vec{J}_{gas}$  und  $\vec{J}_{dm}$  für Gas und Dunkle Materie nach

$$\cos \theta = \frac{\vec{J}_{gas} \cdot \vec{J}_{dm}}{|\vec{J}_{gas}| |\vec{J}_{dm}|} \quad (4.4)$$

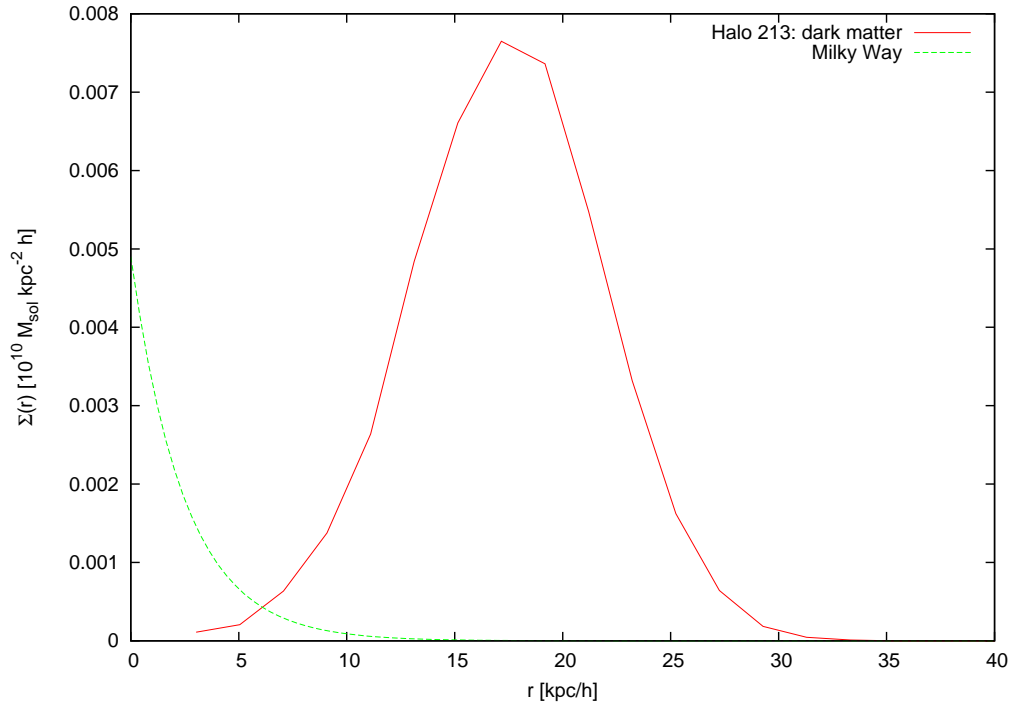
gemessen. Für Halo 213 ergab sich dabei ein Winkel von  $\theta = 32,5^\circ$ , was zeigt, dass die Drehachsen schlecht ausgerichtet sind. Die entsprechenden Winkel für die anderen beiden Halos wurden zu  $\theta = 22,0^\circ$  und  $\theta = 13,3^\circ$  bestimmt. Aufgrund der geringen Anzahl an gemessenen Winkeln sind diese Werte statistisch nicht sehr aussagekräftig, liegen aber dennoch in einem Winkelbereich, der von anderen Arbeiten durchaus bestätigt wird. So fanden van den Bosch et al. (2002) einen mittleren Winkel zwischen Gas und Dunkler Materie von  $\langle \theta \rangle = 35^\circ$ , Bett et al. (2010) einen Median von  $\theta = 30^\circ$  und SS05 einen Mittelwert von  $\langle \theta \rangle = 20^\circ$  für eine deutlich größere Anzahl an Halos (van den Bosch et al., 2002; Bett et al., 2010; Sharma and Steinmetz, 2005).

Schließlich wurde die von der Drehimpulsverteilung eines Dunklen Halos implizierte Oberflächendichte einer galaktischen Scheibe bestimmt. Unter der Annahme, dass Gas und Dunkle Materie vor dem Einfall des Gases in die Scheibe denselben Drehimpuls besitzen, wurde der Drehimpuls jedes Dunkle Materieteilchens  $j$  mit dem Drehimpuls eines Gasteilchens gleichgesetzt, welches sich, unter Erhaltung des Drehimpulses auf einer Kreisbahn in einer Scheibe absetzt. Mit der Bedingung  $j = rV_c = \sqrt{GM(< r)r}$  wurden dann die Teilchen innerhalb  $r$  und  $r + \Delta r$  gezählt und die Oberflächendichte mittels

$$\Sigma(r) = m_d \frac{m_{dm} N}{2\pi r \Delta r} \quad (4.5)$$

berechnet. Dabei bezeichnet  $m_{dm}$  die Masse eines Dunkle Materieteilchens,  $m_d$  den Baryonenanteil der Scheibe und  $N$  die Anzahl der gezählten Teilchen innerhalb  $r$  und  $r + \Delta r$ . Dies wurde nun für verschiedene Drehimpulsverteilungen des Halos 213 und mehrere Werte für  $m_d$  durchgeführt. Zunächst wurde die geglättete Verteilung des Drehimpulses betrachtet, wobei über 200 Teilchen gemittelt wurde, so dass nur noch Teilchen mit positivem Drehimpuls auftraten. Die entsprechende Oberflächendichte

ist rot in Abbildung 4.7 für einen Wert von  $m_d = 0,05$  eingezeichnet. Die grüne Kurve zeigt den, für eine Scheibe erwarteten, exponentiellen Verlauf der Milchstraße mit den Werten  $\Sigma_0 = 4,9 \cdot 10^{-3} 10^{10} M_\odot / \text{kpc}^2$  und  $r_d = 2,5 \text{kpc}$  (Binney and Tremaine, 2008). Für die gemittelte Drehimpulsverteilung ergibt sich keine sinnvolle Oberflächendichte für eine Scheibengalaxie, da der Halo dann deutlich zu wenige Teilchen mit niedrigen Drehimpulsen enthält und die Oberflächendichte die Gaussverteilung um den mittleren Drehimpuls des Halos widerspiegelt.

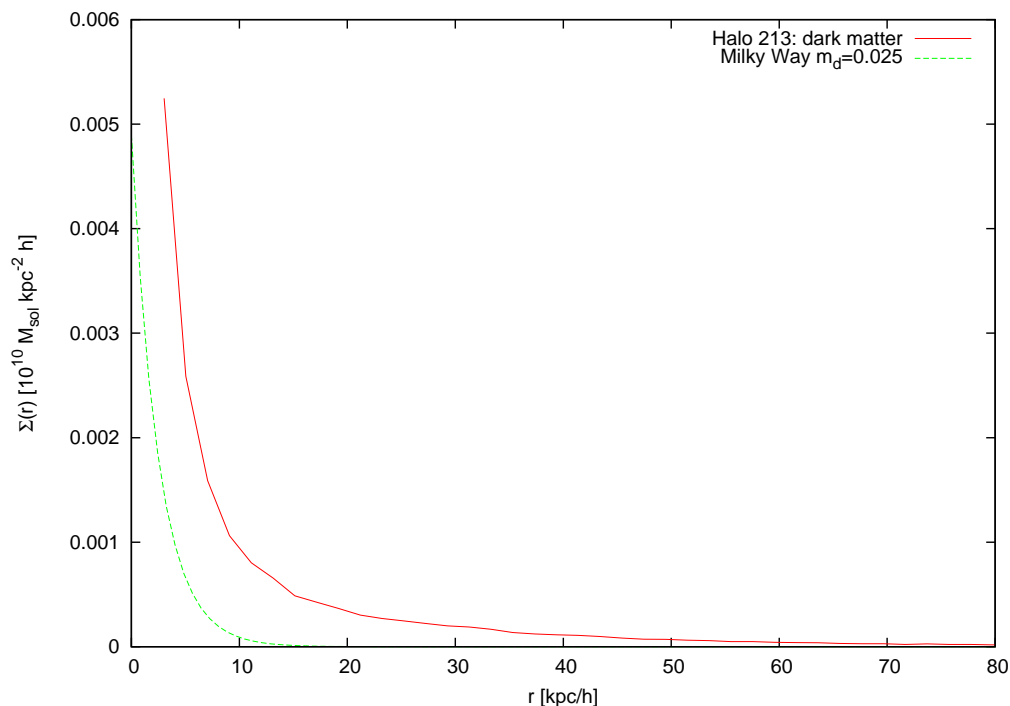


**Abb. 4.7.:** Oberflächendichte des Halos 213 (*rot*) für eine Mittelungszahl von 200 Teilchen und  $m_d = 0,05$  zusammen mit der exponentiellen Oberflächendichte der Milchstraße (*grün*).

Verwendet man stattdessen die Drehimpulsverteilung der Mikrostruktur, ohne dabei den negativen Drehimpulsbereich zu berücksichtigen, ergibt sich eine Oberflächendichte, die der einer exponentiellen Scheibe sehr viel näher kommt. Abbildung 4.8 zeigt den Verlauf für  $m_d = 0,025$  zusammen mit dem exponentiellen Profil der Milchstraße. Die inneren  $5 \text{kpc}/h$  sind dabei nicht aufgelöst. Die Unterschiede zu einer exponentiellen Oberflächendichte sind jedoch immer noch sehr groß, denn die rote Kurve fällt wesentlich flacher als exponentiell ab und weist zudem auf zu viel Material mit kleinem Drehimpuls hin. Eine ähnliche Abbildung für die von Felix Schulze gemessene Oberflächendichte der Gasscheibe in Halo 213 ist in Anhang B



enthalten.



**Abb. 4.8.:** Oberflächendichte des Halos 213 (*rot*) für  $m_d = 0,025$ , abgeleitet aus der Drehimpulsverteilung der Mikrostruktur, zusammen mit der exponentiellen Oberflächendichte der Milchstraße (*grün*).

Diese Resultate deuten an, dass einige Annahmen des Standardmodells der Entstehung von Scheibengalaxien überdacht werden müssen. Die Annahme des im Detail erhaltenen Drehimpulses, unter Vernachlässigung viskoser Wechselwirkungen beim Einfall in die Scheibe, könnte zu einfach sein, da sich Gas hydrodynamisch verhält und sich beim Einfall daher mit hoher Wahrscheinlichkeit Schocks bilden, welche den Gasdrehimpuls umverteilen und von dem des Halos entkoppeln (Primack, 2009). SS05 fanden außerdem, dass die Drehimpulsverteilungen des Halos und des Gases im Allgemeinen nicht identisch sind und in vielen Systemen deutlich voneinander abweichen. Die Ergebnisse von Kimm et al. (2011) zeigen schließlich, dass ein erheblich größerer Teil des Gasdrehimpulses als bisher angenommen über kalte Gasströme bei hohen Rotverschiebungen in die zentralen Regionen eines Halos getragen wird. Das Gas wird dabei nicht auf die Virialtemperatur des Systems „schockgeheizt“ und die Drehimpulsverteilung daher nicht mit der der Dunklen Materie vermischt (Kimm et al., 2011). In Anbetracht dieser Ergebnisse sind die in dieser Arbeit gefundenen Abweichungen durchaus nachvollziehbar.

## 5. Zusammenfassung

Im bisher favorisierten Standardmodell der Entstehung galaktischer Scheiben ist die Drehimpulsverteilung Dunkler Halos, in welche alle Galaxien eingebettet sind, von großer Bedeutung. Nach dieser Theorie besitzen Gas und Halo anfänglich identische Drehimpulsverteilungen, womit das Drehimpulsprofil einer Scheibengalaxie aus dem des Dunklen Halos abgeleitet werden kann. Dies setzt voraus, dass das Drehimpulsprofil eines Dunklen Halos bekannt ist. In dieser Arbeit wurde die Drehimpulsverteilung Dunkler Halos daher eingehend untersucht und charakterisiert.

Dabei stellte sich heraus, dass typischerweise 35% bis 45% der Masse eines Halos einen negativen Drehimpuls besitzt und daher entgegen den Ergebnissen von B01a nicht zu vernachlässigen ist. Darüber hinaus scheint die Mikrostruktur des Drehimpulses Dunkler Halos sowohl für Teilchen mit positivem als auch für Teilchen mit negativem Drehimpuls einem universellen Profil nach Gl. (3.3) zu folgen, unabhängig von kosmologischen Parametern, dem Einfluss baryonischer Materie und der numerischen Auflösung. Betrachtet man die über Nachbarpartikel gemittelte Häufigkeitsverteilung des Drehimpulses, so wird diese näherungsweise durch eine Gaussverteilung beschrieben, in Übereinstimmung mit dem von SS05 vorgeschlagenen GSOV-Modell. In einem nächsten Schritt müsste getestet werden, ob die gefundenen Drehimpulshistogramme durch die von SS05 gefundene Gammaverteilung gefittet werden. Die Form der Häufigkeitsverteilung ändert sich zudem auch für die Wahl einer zur Hauptdrehrichtung senkrechten Bezugsachse nicht wesentlich und ist ebenfalls gaussverteilt. Die aus der Drehimpulsverteilung Dunkler Halos extrahierte Oberflächendichte zeigt allerdings deutliche Abweichungen zu dem beobachteten exponentiellen Verlauf von Scheibengalaxien. Die grundlegenden Annahmen der in Unterkapitel 2.4 beschriebenen Standardtheorie sollten daher überdacht und modifiziert werden.

Des Weiteren muss geklärt werden, welchen Einfluss das Material mit negativem Drehimpuls auf die Bildung einer Scheibengalaxie hat. Van den Bosch et al. (2002) haben vorgeschlagen, dass sich progrades und retrogrades Material zu einem

zentralen „bulge“ mit kleinem Drehimpuls verbinden könnte, was allerdings wenig Spielraum für die beobachteten „low surface brightness“ LSB-Galaxien lassen würde (van den Bosch et al., 2002; Sharma and Steinmetz, 2005). Aktuelle Resultate von Kimm et al. (2011) belegen außerdem, dass ein großer Teil des Gasdrehimpulses durch kalte, dichte Gasströme erzeugt wird und daher deutliche Abweichungen zur Drehimpulsverteilung des Dunklen Halos zeigen sollte. In diesem Zusammenhang wäre es interessant, den Drehimpuls der kalten Ströme, welche von Adelheid Teklu in ihrer Bachelorarbeit studiert wurden, genauer zu untersuchen und mögliche Auswirkungen auf die Entstehung von Scheibengalaxien nachzuvollziehen.



# Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen Mitgliedern der CAST-Gruppe bedanken, die mir bei der Erstellung dieser Arbeit geholfen haben.

Besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. Andreas Burkert für die Vergabe dieses interessanten Themas und für seine fortwährende Unterstützung bei allen physikalischen Fragen, die während der Arbeit auftraten. Auch das von ihm initiierte wöchentliche Bachelortreffen war eine sehr große Hilfe, um den richtigen Weg in der Arbeit einzuschlagen.

Außerdem möchte ich mich ganz besonders bei meinen Betreuern Prof. Dr. Klaus Dolag und Rhea-Silvia Remus bedanken. Beide haben viel Zeit investiert, um mir bei allen Problemen zu helfen. Mit ihren vielen nützlichen Ideen und Tipps haben sie ganz entscheidend zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen.

Nicht zuletzt möchte ich mich auch bei Katharina Fierlinger für ihre Hilfestellung zu Gnuplot und all jenen Mitgliedern der CAST-Gruppe bedanken, die sich rege an den vielen Diskussionen in den Bachelortreffen beteiligt haben.



# A. Anhang zu Kapitel 3

Im Rahmen dieser Arbeit sind einige Abbildungen entstanden, die entweder wenig zur Hauptaufgabenstellung der Arbeit beitragen oder aus Platzgründen nicht berücksichtigt werden konnten, aber dennoch interessante Informationen über Dunkle Halos enthalten. Die Abbildungen A.1 und A.2 zeigen die besten NFW-Fits für Halos aus drei unterschiedlichen Massenbereichen. Obwohl der Einfluss baryonischer Materie das Dichteprofil dieser Halos wahrscheinlich beeinflusst hat, werden sie gut durch das NFW-Profil beschrieben. Bei einigen anderen Halos wurden allerdings deutliche Abweichungen gefunden. Insgesamt wurden aber zu wenige Halos untersucht, um statistische Aussagen machen zu können. Der Halo in Abbildung A.1 besitzt eine Virialmasse von  $M_{vir} = 9,8 \cdot 10^{13} M_{\odot}$ . Die mit den Fitparametern und Gl. (2.5) berechnete Masse weicht nur um 5,3% von diesem Wert ab, bei einem Konzentrationsparameter von  $c = 6,80$ .

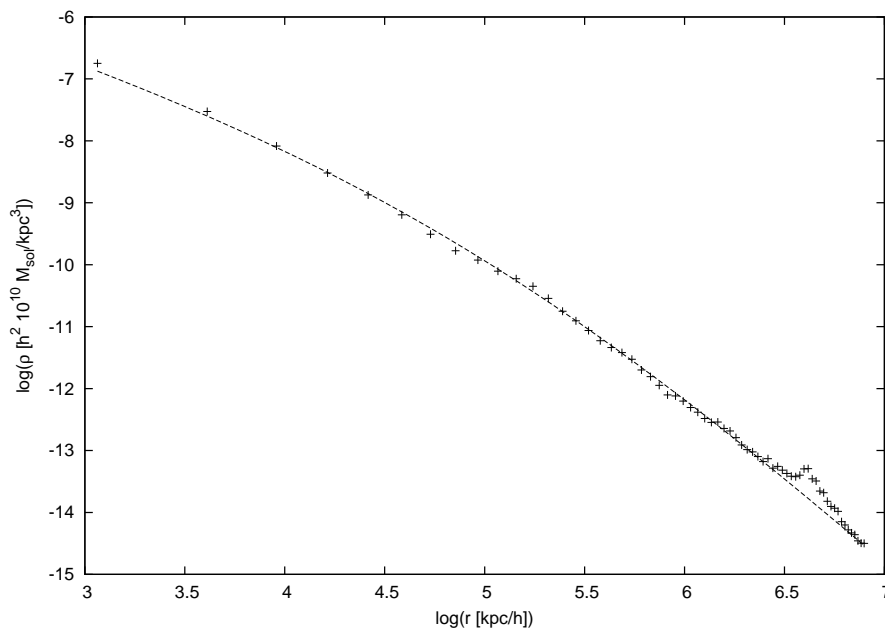
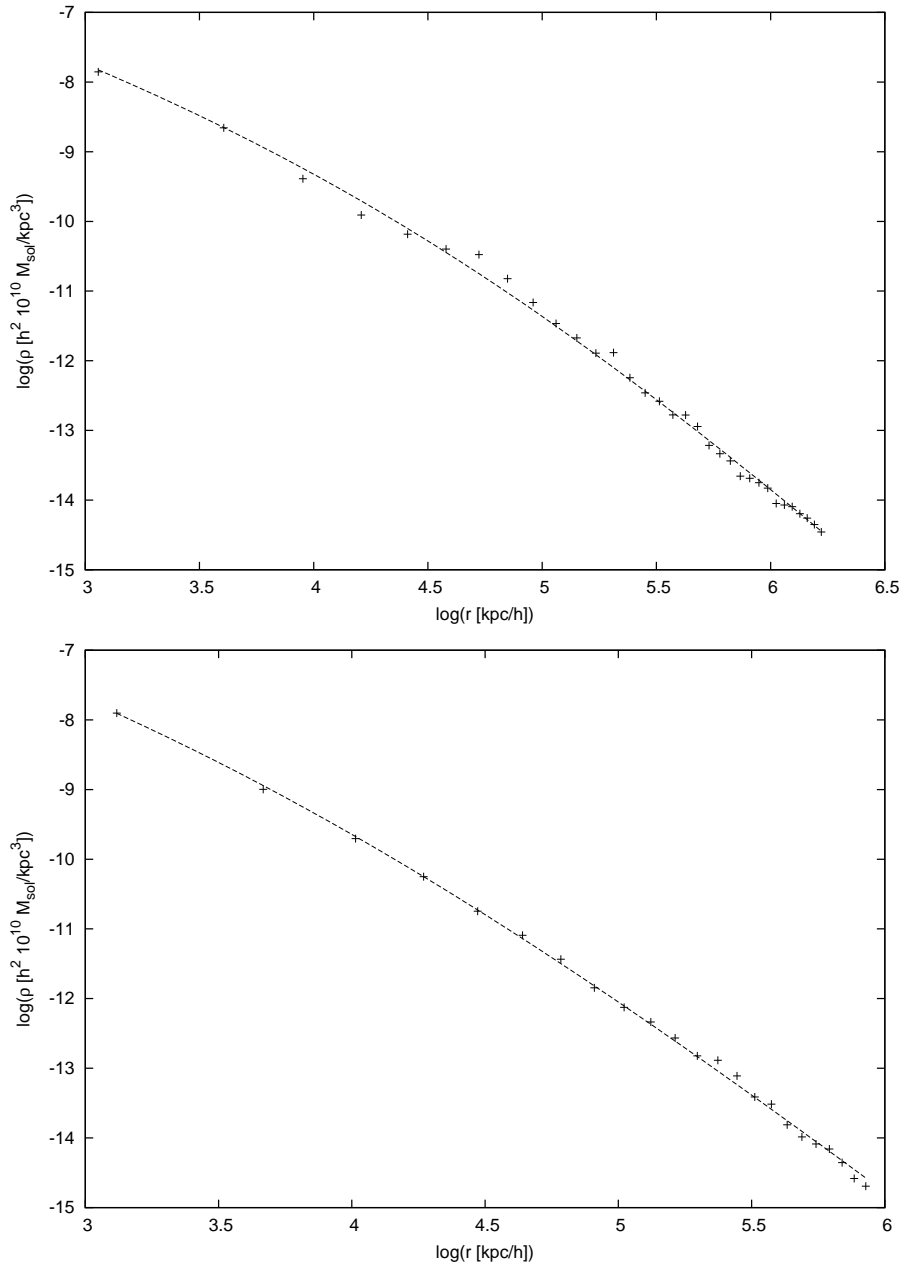


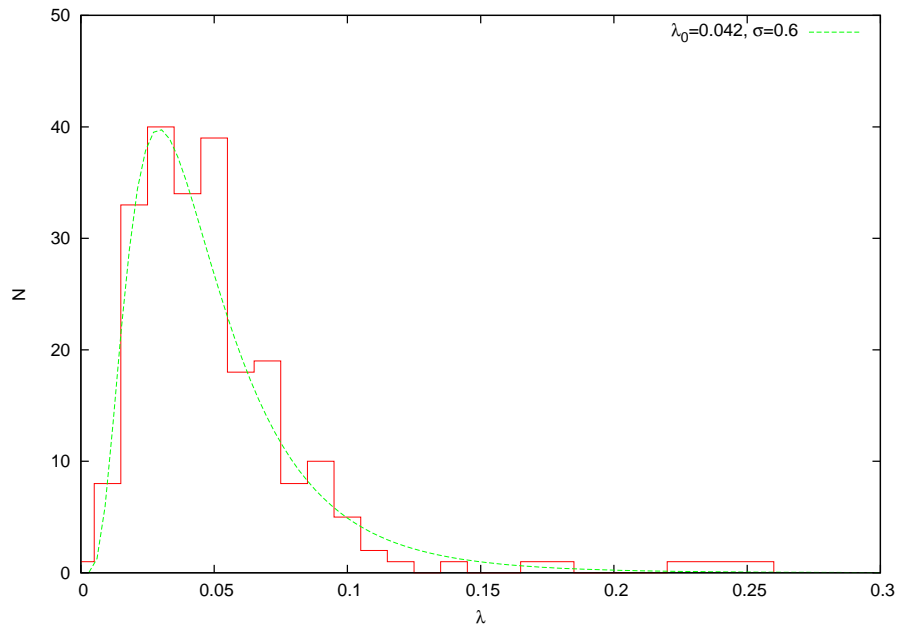
Abb. A.1.: Gemessenes Dichteprofil (*Kreuze*) und der beste NFW-Fit (*Linie*).



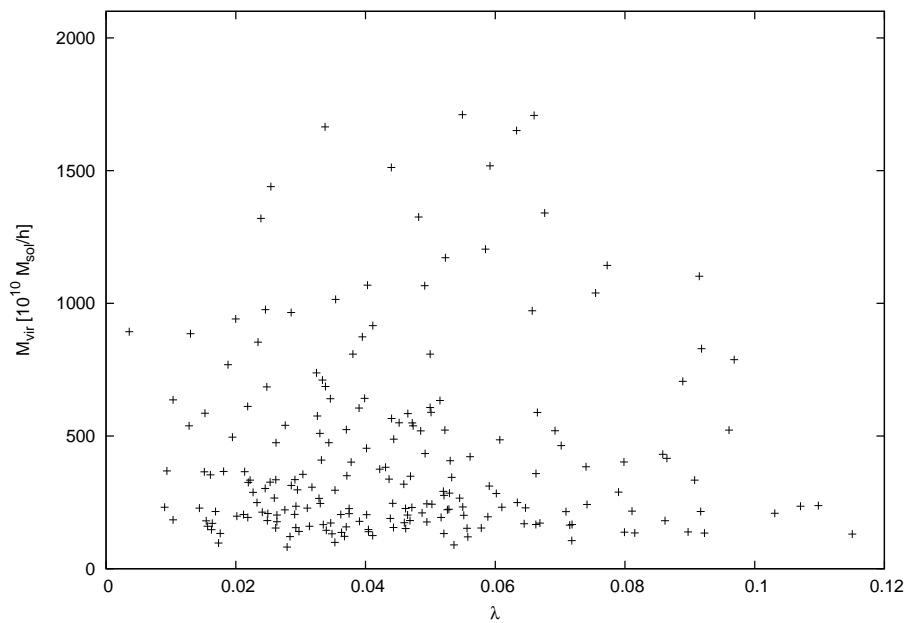
**Abb. A.2.:** Dichteprofil wie in Abbildung A.1 für zwei weitere Halos. *Oben:*  $M_{vir} = 1,4 \cdot 10^{13} M_{\odot}$ . Berechnete Massenabweichung 10,7%,  $c = 6,16$ . *Unten:*  $M_{vir} = 5,9 \cdot 10^{12} M_{\odot}$ . Berechnete Massenabweichung 3,0%,  $c = 10,3$ .

Um zu überprüfen, ob der Spinparameter wirklich einer Lognormalverteilung folgt und ob er, wie von Barnes et al. (1987) gefunden, von der Halomasse unabhängig ist, wurde  $\lambda$  für 222 Halos gemessen. Wie die Abbildungen A.3 und A.4 zeigen, stimmen die erhaltenen Werte gut mit früheren Arbeiten überein.





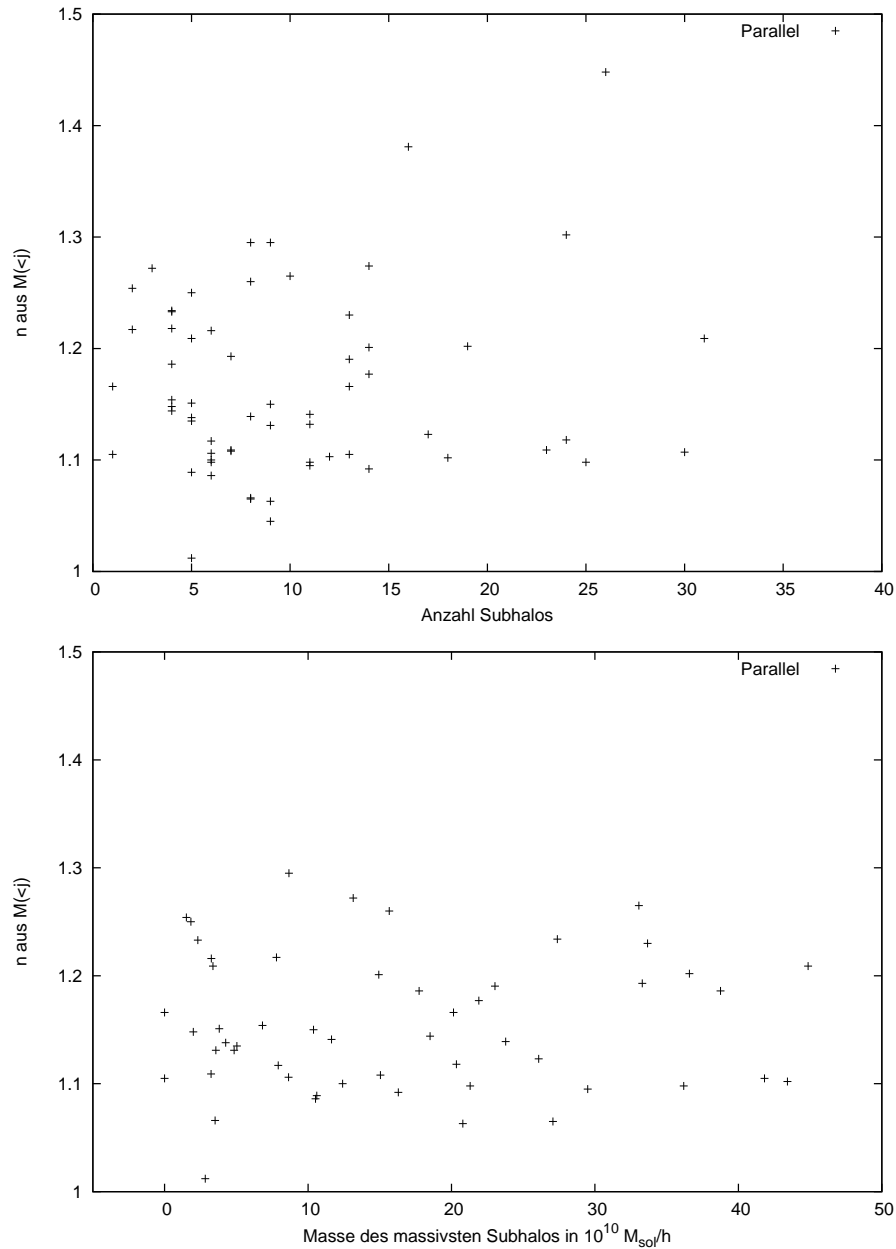
**Abb. A.3.:** Histogramm des Spinparameters  $\lambda$  für 222 Halos zusammen mit der Lognormalverteilung nach Gl. (2.14). Die besten Fitwerte sind rechts oben angegeben.



**Abb. A.4.:** Virialmasse in Abhängigkeit des Spinparameters. Wie erwartet ist keine Korrelation erkennbar.

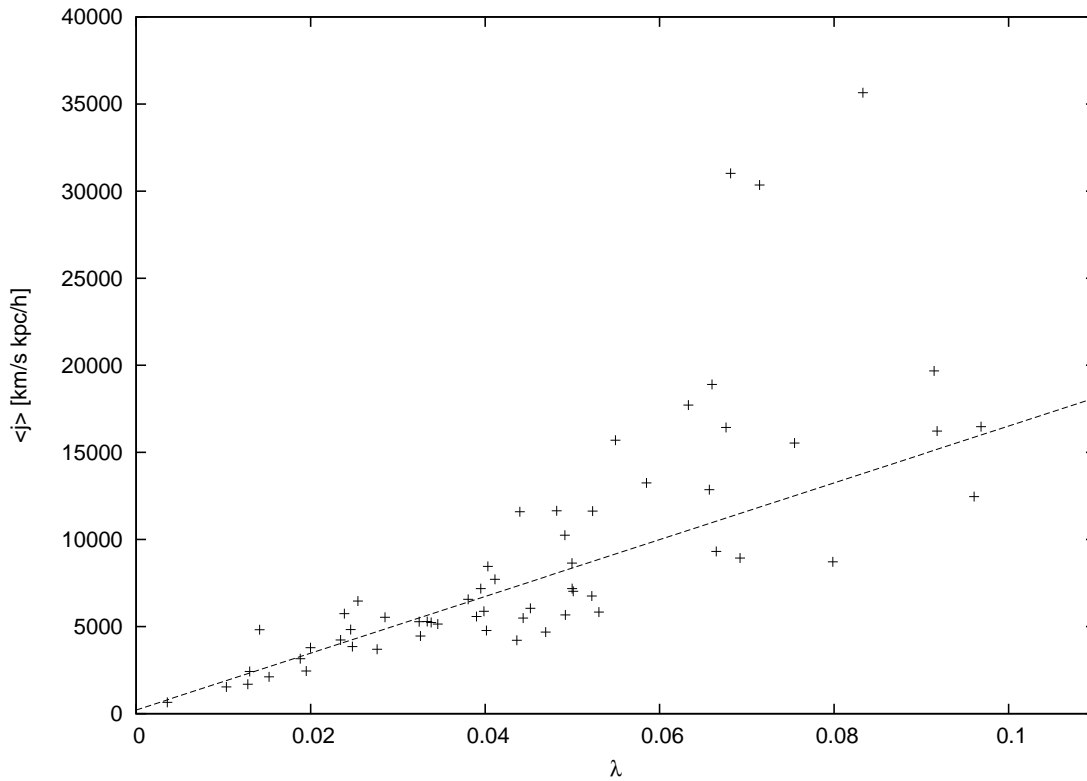
Die folgenden beiden Abbildungen verdeutlichen, dass der Formparameter  $n$  aus

dem Drehimpulsprofil nach Gl. (3.3) weder von der Anzahl der Subhalos noch von deren Massen abhängig ist. Gezeigt sind in beiden Fällen die  $n$ -Werte für die parallele Verteilung. Die Grafiken der antiparallelen Verteilung unterscheiden sich nur geringfügig und werden deshalb hier nicht aufgeführt.



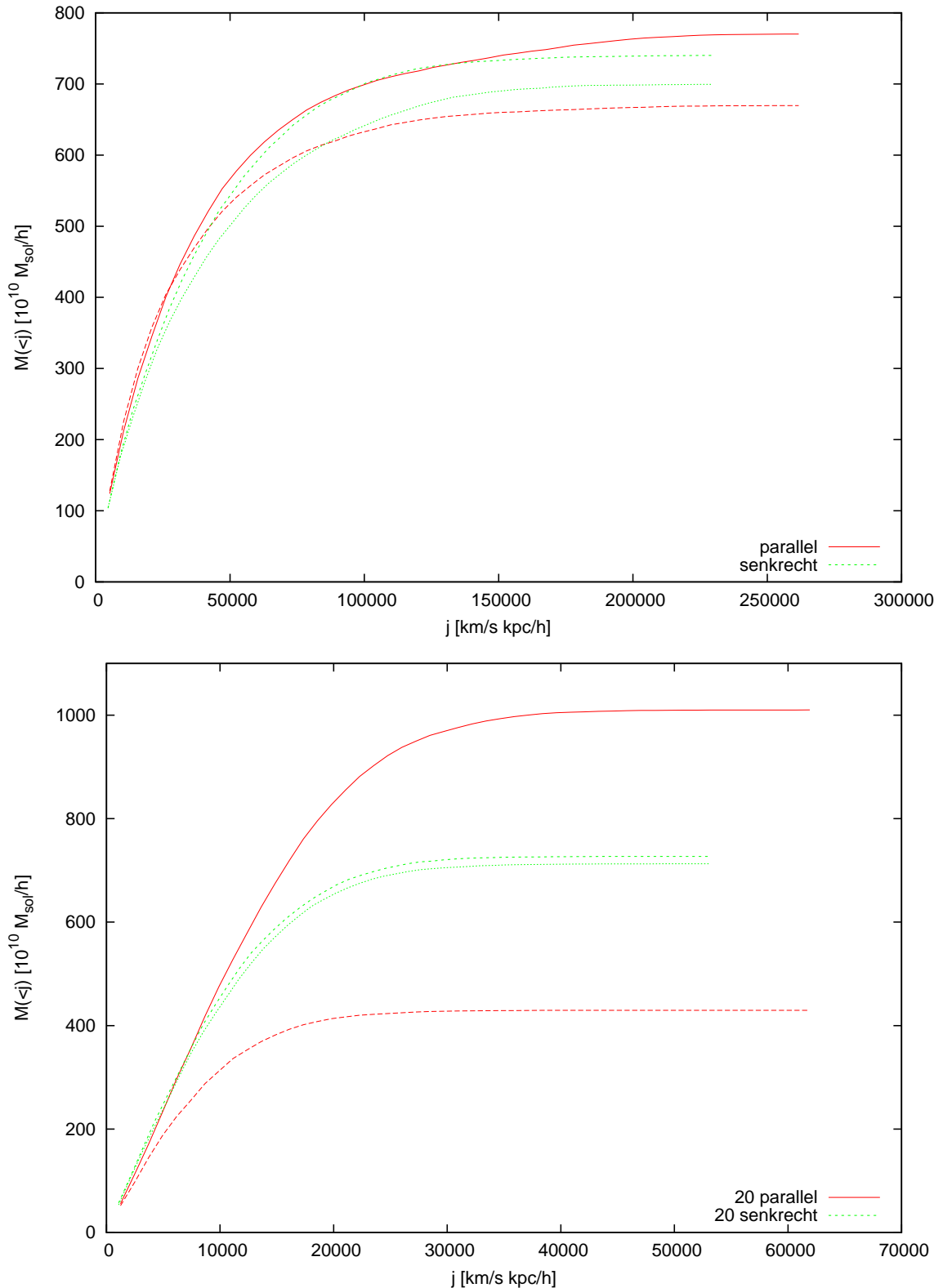
**Abb. A.5.:** Formparameter  $n$  aufgetragen gegen die Anzahl der im entsprechenden Halo identifizierten Subhalos (*oben*) bzw. die Masse des schwersten Subhalos (*unten*). Gezeigt sind nur die Werte für die parallele Verteilung.

Abbildung A.6 zeigt die lineare Korrelation des Spinparameters mit dem mittleren Drehimpuls für 59 Halos.

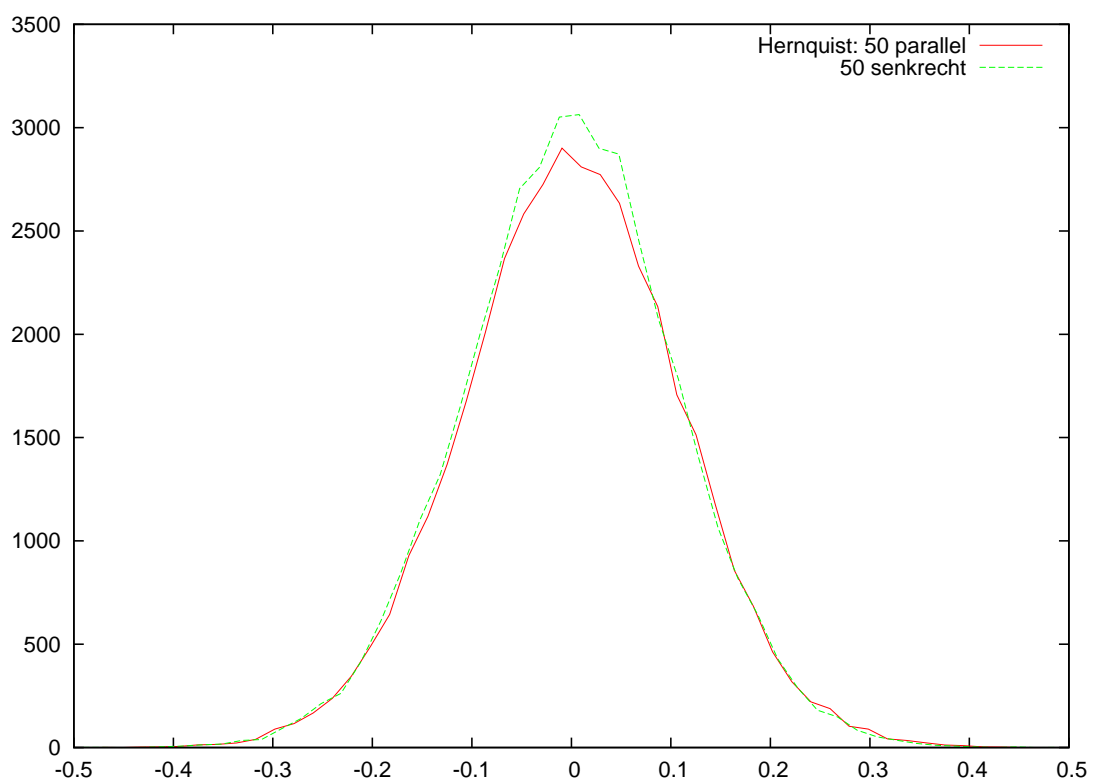
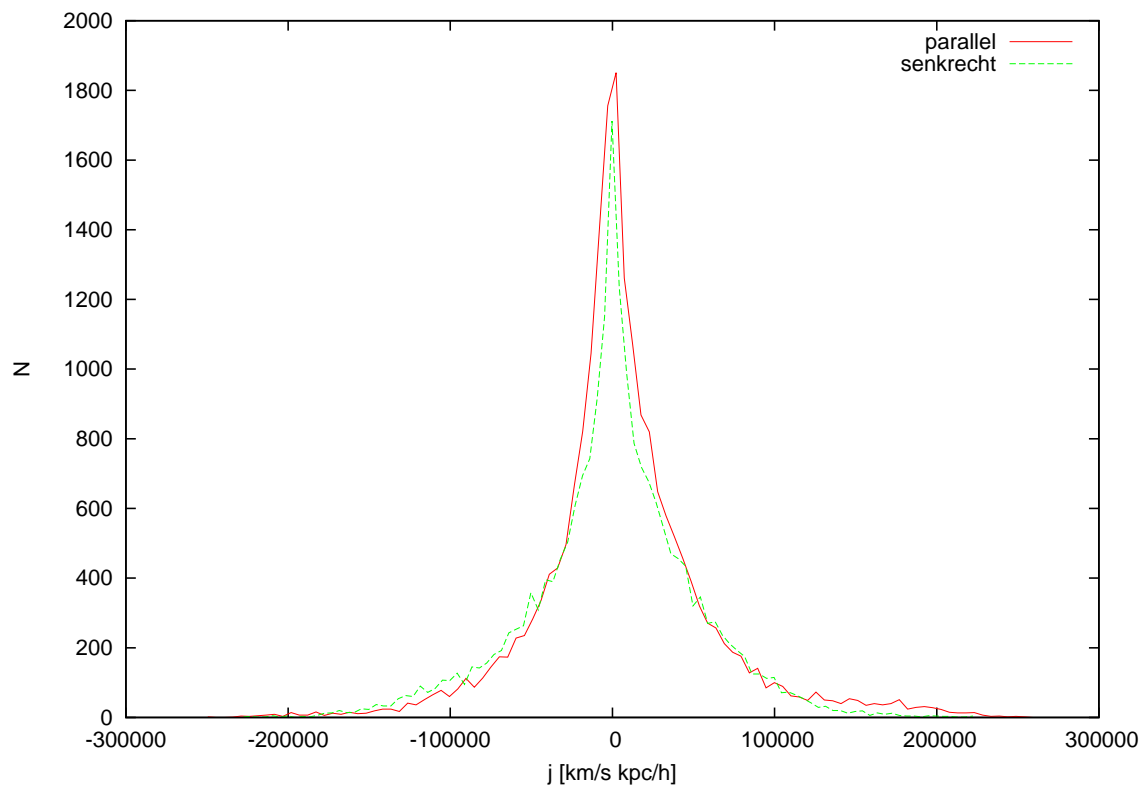


**Abb. A.6.:** Mittlerer Drehimpuls in Abhängigkeit des Spinparameters. Ein linearer Fit ist mit eingezeichnet.

Die Abbildungen A.7 und A.8 illustrieren die bei der Variation der Referenzachse auftretenden Effekte auf die Drehimpulsverteilung. Es ist gut zu erkennen, dass sich das Histogramm der Mikrostruktur für  $\vec{J}_\perp$  kaum von dem für  $\vec{J}$  unterscheidet. Auch die kumulative Massenverteilung ändert ihre Form nicht wesentlich und wird ebenso durch Gl. (3.3) beschrieben. Mittelt man aber über 20 Nachbarpartikel, so verändern sich die Massenverhältnisse der parallelen und antiparallelen Teilchen für  $\vec{J}$ , während sie für  $\vec{J}_\perp$  konstant bleiben. Dies verdeutlicht, dass  $\vec{J}$  keine Zufallsrichtung ist, welche sich aus der Vektoraddition nach Gl. (3.1) ergibt, sondern tatsächlich der Nettorotation eines Halos entspricht. Abbildung A.8 zeigt zudem, dass die Variation der Referenzachse die Drehimpulsverteilung des nicht rotierenden Hernquist-Halos wie erwartet nicht verändert. Dabei wurde über 50 Nachbarpartikel gemittelt.



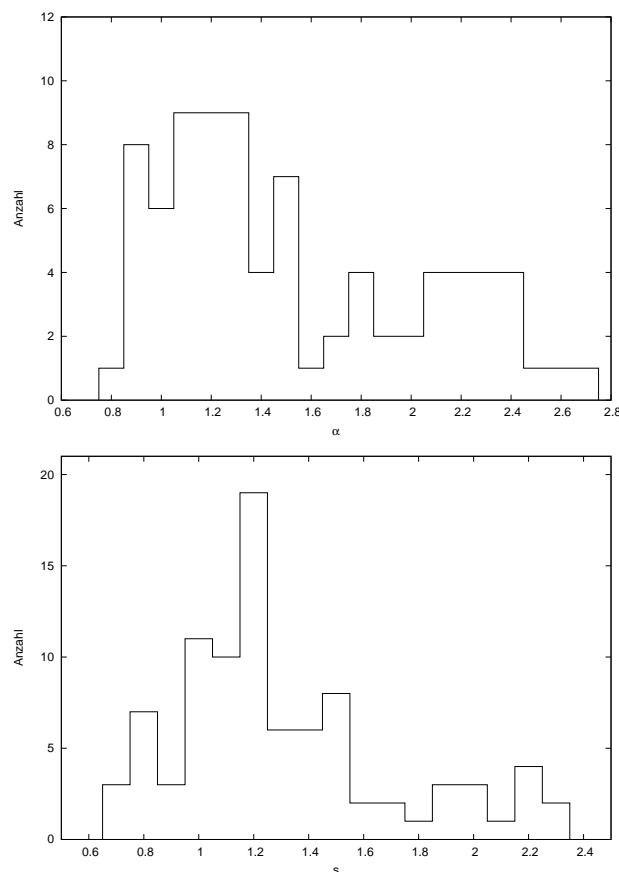
**Abb. A.7.:** Massenverteilung des Drehimpulses eines ausgewählten Halos in Abhängigkeit der Referenzachse. *Oben:* Parallele und antiparallele Verteilung der Mikrostruktur für  $\vec{J}$  (rot) und für  $\vec{J}_{\perp}$  (grün). *Unten:* Dasselbe für eine Mittelungszahl von 20 Teilchen.



**Abb. A.8.:** *Oben:* Histogramm der Mikrostruktur eines ausgewählten Halos für die Referenzachsen  $\vec{J}$  (rot) und  $\vec{J}_\perp$  (grün). *Unten:* Histogramm des Hernquist-Halos für eine Mittelungszahl von 50 Teilchen.

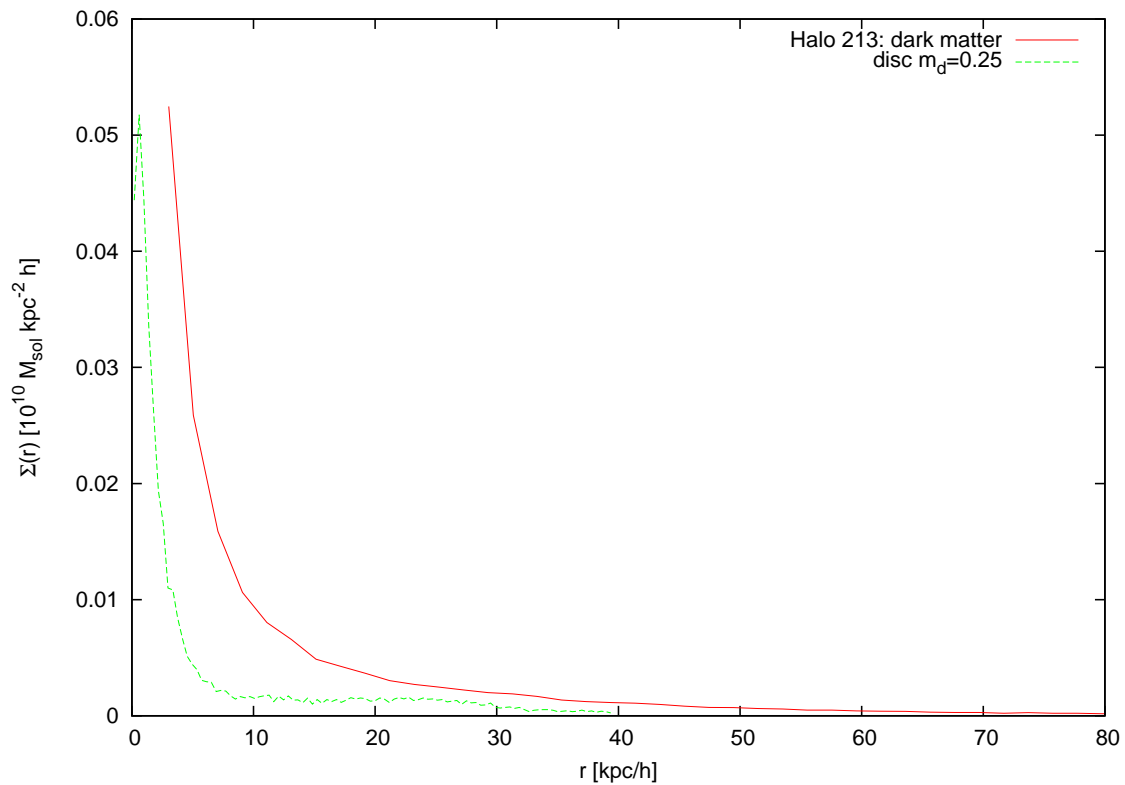
## B. Anhang zu Kapitel 4

Die Histogramme der Exponenten für die projizierten, über Kugelschalen gemittelten Drehimpulse  $j_p(r) \propto r^\alpha$  und  $j_p(M) \propto M^s$  sind in Abbildung B.1 zu sehen. Beide Verteilungen streuen deutlich stärker als für die entsprechenden nicht projizierten Größen. Als Mittelwert ergibt sich für  $j_p(r)$  ein Wert von  $\alpha = 1,5$  mit einer Standardabweichung  $\sigma = 0,5$ , womit die Verteilung wenig aussagekräftig ist. Für  $j_p(M)$  erhält man  $s = 1,3$  mit  $\sigma = 0,4$  in Übereinstimmung mit den Resultaten von B01a. Das Maximum der Verteilung liegt allerdings bei  $s = 1,2$ .



**Abb. B.1.:** Histogramme der Exponenten für  $\alpha$  aus  $j_p(r) \propto r^\alpha$  (*oben*) und  $s$  aus  $j_p(M) \propto M^s$  (*unten*).

Abbildung B.2 zeigt die von Felix Schulze bestimmte Oberflächendichte der Gasscheibe in Halo 213 zusammen mit der aus der Drehimpulsverteilung der Mikrostruktur abgeleiteten Oberflächendichte. Teilchen mit negativem Drehimpuls wurden dabei vernachlässigt. Um für die Werte der Oberflächendichte des Halos und der Gasscheibe ähnliche Größenordnungen zu erhalten, musste ein ungewöhnlich hoher Wert von  $m_d = 0,25$  angenommen werden, welcher den Baryonenanteil des Universums übersteigt. Die implizierte Oberflächendichte des Dunklen Halos fällt deutlich flacher ab als die der Gasscheibe, welche bereits bei  $r = 40 \text{ kpc}/h$  vernachlässigbar klein wird.



**Abb. B.2.:** Oberflächendichte des Halos 213 (*rot*) für  $m_d = 0,25$ , abgeleitet aus der Drehimpulsverteilung der Mikrostruktur, zusammen mit der von Felix Schulze gemessenen Oberflächendichte der Gasscheibe (*grün*).

# Literaturverzeichnis

- Barnes, J. and Efstathiou, G. (1987). Angular momentum from tidal torques. *The Astrophysical Journal*, 319:575–600.
- Beck, A. M., Lesch, H., Dolag, K., Kotarba, H., Geng, A., and Stasyszyn, F. A. (2012). Origin of strong magnetic fields in Milky Way-like galactic haloes. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 422:2152–2163.
- Bett, P., Eke, V., Frenk, C. S., Jenkins, A., and Okamoto, T. (2010). The angular momentum of cold dark matter haloes with and without baryons. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 404:1137–1156.
- Binney, J. and Tremaine, S. (2008). *Galactic Dynamics*. Princeton University Press, Princeton, second edition.
- Bovy, J. and Tremaine, S. (2012). On the local dark matter density. *ArXiv e-prints*.
- Bullock, J. S., Dekel, A., Kolatt, T. S., Kravtsov, A. V., Klypin, A. A., Porciani, C., and Primack, J. R. (2001a). A Universal Angular Momentum Profile for Galactic Halos. *The Astrophysical Journal*, 555:240–257.
- Bullock, J. S., Kolatt, T. S., Sigad, Y., Somerville, R. S., Kravtsov, A. V., Klypin, A. A., Primack, J. R., and Dekel, A. (2001b). Profiles of dark haloes: evolution, scatter and environment. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 321:559–575.
- Carter, D., Goudfrooij, P., Mobasher, B., Ferguson, H. C., Puzia, T. H., Aguerri, A. L., Balcells, M., Batcheldor, D., Bridges, T. J., Davies, J. I., Erwin, P., Graham, A. W., Guzmán, R., Hammer, D., Hornschemeier, A., Hoyos, C., Hudson, M. J., Huxor, A., Jogee, S., Komiyama, Y., Lotz, J., Lucey, J. R., Marzke, R. O., Merritt, D., Miller, B. W., Miller, N. A., Mouhcine, M., Okamura, S., Peletier, R. F., Phillipps, S., Poggianti, B. M., Sharples, R. M., Smith, R. J., Trentham, N., Tully,



- R. B., Valentijn, E., and Verdoes Kleijn, G. (2008). The Hubble Space Telescope Advanced Camera for Surveys Coma Cluster Survey. I. Survey Objectives and Design. *Astrophysical Journal Supplement Series*, 176:424–437.
- Chen, D. N. and Jing, Y. P. (2002). The angular momentum distribution within haloes in different dark matter models. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 336:55–65.
- Cole, S. and Lacey, C. (1996). The structure of dark matter haloes in hierarchical clustering models. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 281:716.
- Dolag, K., Borgani, S., Schindler, S., Diaferio, A., and Bykov, A. M. (2008). Simulation Techniques for Cosmological Simulations. *Space Science Reviews*, 134:229–268.
- Dolag, K., Vazza, F., Brunetti, G., and Tormen, G. (2005). Turbulent gas motions in galaxy cluster simulations: the role of smoothed particle hydrodynamics viscosity. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 364:753–772.
- D’Onghia, E. and Burkert, A. (2004). Bulgeless Galaxies and Their Angular Momentum Problem. *The Astrophysical Journal*, 612:L13–L16.
- Dubinski, J. and Carlberg, R. G. (1991). The structure of cold dark matter halos. *The Astrophysical Journal*, 378:496–503.
- El-Zant, A., Shlosman, I., and Hoffman, Y. (2001). Dark Halos: The Flattening of the Density Cusp by Dynamical Friction. *The Astrophysical Journal*, 560:636–643.
- Fall, S. M. and Efstathiou, G. (1980). Formation and rotation of disc galaxies with haloes. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 193:189–206.
- Hayashi, E., Navarro, J. F., and Springel, V. (2007). The shape of the gravitational potential in cold dark matter haloes. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 377:50–62.
- Hernquist, L. (1990). An analytical model for spherical galaxies and bulges. *The Astrophysical Journal*, 356:359–364.
- Hetznecker, H. (2007). *Expansionsgeschichte des Universums*. Spektrum Verlag, Heidelberg, first edition.

- Hetznecker, H. (2009). *Kosmologische Strukturbildung*. Spektrum Verlag, Heidelberg, first edition.
- Jesseit, R., Naab, T., and Burkert, A. (2002). The Validity of the Adiabatic Contraction Approximation for Dark Matter Halos. *The Astrophysical Journal*, 571:L89–L92.
- Johansson, P. H., Burkert, A., and Naab, T. (2009). The Evolution of Black Hole Scaling Relations in Galaxy Mergers. *The Astrophysical Journal*, 707:L184–L189.
- Kimm, T., Devriendt, J., Slyz, A., Pichon, C., Kassir, S. A., and Dubois, Y. (2011). The angular momentum of baryons and dark matter halos revisited. *ArXiv e-prints*.
- Komatsu, E., Smith, K. M., Dunkley, J., Bennett, C. L., Gold, B., Hinshaw, G., Jarosik, N., Larson, D., Nolte, M. R., Page, L., Spergel, D. N., Halpern, M., Hill, R. S., Kogut, A., Limon, M., Meyer, S. S., Odegard, N., Tucker, G. S., Weiland, J. L., Wollack, E., and Wright, E. L. (2011). Seven-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Interpretation. *Astrophysical Journal Supplement Series*, 192:18.
- Landau, L. D. and Lifschitz, E. M. (2007). *Mechanik*. Verlag Harri Deutsch, Frankfurt am Main, 14 edition.
- Lynden-Bell, D. (1967). Statistical mechanics of violent relaxation in stellar systems. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 136:101.
- Maller, A. H., Dekel, A., and Somerville, R. (2002). Modelling angular-momentum history in dark-matter haloes. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 329:423–430.
- McLaughlin, D. E. (1999). Evidence in Virgo for the Universal Dark Matter Halo. *The Astrophysical Journal*, 512:L9–L12.
- Mestel, L. (1963). On the galactic law of rotation. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 126:553.
- Mo, H. J., Mao, S., and White, S. D. M. (1998). The formation of galactic discs. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 295:319–336.

- Navarro, J. F. and Benz, W. (1991). Dynamics of cooling gas in galactic dark halos. *The Astrophysical Journal*, 380:320–329.
- Navarro, J. F., Frenk, C. S., and White, S. D. M. (1996). The Structure of Cold Dark Matter Halos. *The Astrophysical Journal*, 462:563.
- Navarro, J. F., Frenk, C. S., and White, S. D. M. (1997). A Universal Density Profile from Hierarchical Clustering. *The Astrophysical Journal*, 490:493.
- Nicolson, I. (2007). *Dark Side of the Universe*. Johns Hopkins University Press, Baltimore.
- Peebles, P. J. E. (1969). Origin of the Angular Momentum of Galaxies. *The Astrophysical Journal*, 155:393.
- Primack, J. R. (2009). Dark Matter and Galaxy Formation. In Roig, F., Lopes, D., de La Reza, R., and Ortega, V., editors, *American Institute of Physics Conference Series*, volume 1192 of *American Institute of Physics Conference Series*, pages 101–137.
- Scannapieco, C., Wadepuhl, M., Parry, O. H., Navarro, J. F., Jenkins, A., Springel, V., Teyssier, R., Carlson, E., Couchman, H. M. P., Crain, R. A., Vecchia, C. D., Frenk, C. S., Kobayashi, C., Monaco, P., Murante, G., Okamoto, T., Quinn, T., Schaye, J., Stinson, G. S., Theuns, T., Wadsley, J., White, S. D. M., and Woods, R. (2012). The Aquila comparison project: the effects of feedback and numerical methods on simulations of galaxy formation. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 423:1726–1749.
- Schneider, P. (2006). *Einführung in die Extragalaktische Astronomie und Kosmologie*. Springer Verlag, Heidelberg, first edition.
- Sharma, S. and Steinmetz, M. (2005). The Angular Momentum Distribution of Gas and Dark Matter in Galactic Halos. *The Astrophysical Journal*, 628:21–44.
- Springel, V. (2005). The cosmological simulation code GADGET-2. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 364:1105–1134.
- Springel, V. and Hernquist, L. (2003). Cosmological smoothed particle hydrodynamics simulations: a hybrid multiphase model for star formation. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 339:289–311.

- Springel, V., White, M., and Hernquist, L. (2001). Hydrodynamic Simulations of the Sunyaev-Zeldovich Effect(s). *The Astrophysical Journal*, 549:681–687.
- Stoehr, F., White, S. D. M., Tormen, G., and Springel, V. (2002). The satellite population of the Milky Way in a  $\Lambda$ CDM universe. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 335:L84–L88.
- Subramanian, K., Cen, R., and Ostriker, J. P. (2000). The Structure of Dark Matter Halos in Hierarchical Clustering Theories. *The Astrophysical Journal*, 538:528–542.
- Tormen, G., Bouchet, F. R., and White, S. D. M. (1997). The structure and dynamical evolution of dark matter haloes. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 286:865–884.
- van den Bosch, F. C., Abel, T., Croft, R. A. C., Hernquist, L., and White, S. D. M. (2002). The Angular Momentum of Gas in Protogalaxies. I. Implications for the Formation of Disk Galaxies. *The Astrophysical Journal*, 576:21–35.
- White, S. D. M. and Rees, M. J. (1978). Core condensation in heavy halos - A two-stage theory for galaxy formation and clustering. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 183:341–358.
- Zwicky, F. (1933). Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln. *Helvetica Physica Acta*, 6:110–127.

# Selbstständigkeitserklärung

Hiermit versichere ich,

dass ich diese Bachelorarbeit zum Thema: „Drehimpulsprofile von Dunkle Materie Halos“ selbstständig verfasst habe. Ich habe keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie Zitate kenntlich gemacht.

Mir ist bekannt, dass Zuwiderhandlung auch nachträglich zur Aberkennung des Abschlusses führen kann.

München, 1. August 2012

---

Ort, Datum

---

Unterschrift